

بررسی عملکرد سامانه‌های مخابرات نوری فضای آزاد تحت مدولاسیون‌های M-PSK و M-PAM با به کارگیری روش‌های تطبیق توان و مدولاسیون

امید مولوی^۱، محمد کریمی^۲، سید محمدسجاد صدوق^{۳*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، ۲- دانشجوی دکتری، ۳- دانشیار،

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهیدبهشتی، تهران، ایران

(دریافت: ۹۶/۱۰/۲۷، پذیرش: ۹۷/۰۳/۰۶)

چکیده

عملکرد سامانه‌های نوری فضای آزاد تحت تأثیر عوامل مختلفی از قبیل ناهم‌راستایی، پراکندگی، جذب و نوسانات ناشی از تلاطم جوی قرار دارد. در این میان، نوسانات ناشی از تلاطم اتمسفری حتی در شرایط جو پایدار نیز وجود دارد. کانال‌های متلاطم جوی در سامانه‌های مخابرات نوری فضای آزاد یک کانال شبه ایستا هستند به طوری که شرایط کانال برای میلیون‌ها بیت متوالی ثابت است. بنابراین، با دانستن اطلاعات حالت کانال، می‌توان پارامترهای انتقالی فرستنده مانند توان و مرتبه مدولاسیون را طوری تنظیم نمود که تأثیر تلاطمات اتمسفری برای داشتن انتقالی کارآمد از لحاظ مصرف انرژی و نرخ انتقال اطلاعات تا حد ممکن کاهش یابد. در این مقاله، روش‌های تطبیق توان و مدولاسیون در یک سامانه مخابرات نوری فضای آزاد مبتنی بر مدولاسیون‌های PAM و PSK در معرض تلاطمات اتمسفری بررسی می‌شوند. بدین منظور، سه راهکار تطبیق توان، تطبیق مدولاسیون و تطبیق همزمان توان و مدولاسیون مورد بررسی قرار می‌گیرند. راهکار تطبیق توان و/یا مرتبه مدولاسیون پیشنهادی در این مقاله منجر به مسائل بهینه‌سازی غیرمحدب شده که جواب بهینه آن به کمک روش ضرایب لاگرانژ به دست می‌آید. در نهایت، عملکرد روش‌های ارائه شده از لحاظ بهره‌وری طیفی و احتمال قطع توسط شبیه‌سازی عددی مورد ارزیابی و تحلیل قرار خواهد گرفت.

کلید واژه‌ها: مخابرات نوری فضای آزاد، تلاطم جوی، تطبیق توان و مدولاسیون، مدولاسیون دامنه‌ی پالس، کلیدزنی تغییر فاز

۱- مقدمه

شبکه‌های موجود (شبکه‌های محلی و شهری) و مراقبت‌های ویدیوئی استفاده کرد [۹-۷].

با وجود مزیت‌هایی که برای سامانه‌های مخابرات نوری فضای آزاد مطرح شد، استفاده و توسعه این سامانه‌ها با چالش‌هایی روبه‌روست. اگر چه در شرایط جو پایدار، تلفات جوی ناچیز است، لکن تابش آفتاب و وزش باد باعث ایجاد بسته‌های هوایی ناهمگن با ضریب شکست‌های متفاوت در لایه‌های جو می‌شوند. بنابراین، پرتوهای نور هنگام عبور از این بسته‌ها دچار شکست‌های مکرر می‌شوند که منجر به نوساناتی تصادفی در شدت تابش (دامنه) و فاز این پرتوها یا به اصطلاح سوسوزدن^۲ می‌شوند که اثری مشابه با محوشدگی در کانال‌های مخابرات فرکانس‌رادیویی (RF) دارند و با افزایش طول مسیر نیز شدت آن‌ها بیشتر می‌شود [۱۲-۱۰]. برای کاهش اثر محوشوندگی ناشی از تلاطم جوی^۳، روش‌های

مخابرات بی‌سیم نوری به انتقال داده در محیط انتشار غیرهدایت شونده با استفاده از حامل‌های نوری در باندهای مرئی، مادون قرمز و فرابنفش اطلاق می‌شود [۲-۱]. در سال‌های اخیر، سامانه‌های مخابرات نوری فضای آزاد^۱ (FSO) به دلیل مزیت‌های مهمی که دارند از جمله پهنای باند و امنیت بالا، عدم نیاز به اخذ مجوز برای استفاده از پهنای باند، واگرایی خیلی کم پرتو، هزینه پایین استقرار و مقاومت در برابر تداخلات مغناطیسی، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته‌اند [۶-۳]. از سامانه‌های FSO می‌توان در شرایط مختلفی از قبیل سامانه پشتیبان و اضطراری در زمان بحران به دلیل سهولت در پیاده‌سازی، به‌عنوان زیرساخت برای شبکه‌های سلولی به دلیل پهنای باند زیاد، توسعه و اتصال

* رایانامه نویسنده پاسخگو: s_sadough@sbu.ac.ir

ارسالی وابسته است. در این پژوهش قصد داریم برخلاف آنچه در [۲۲-۲۳] انجام شده است، از مدولاسیون‌هایی با بهره‌وری طیفی بالاتر مانند PAM و PSK [۲۴] و نیز تطبیق توان همزمان با تطبیق مدولاسیون استفاده نمائیم که بهره‌وری طیفی بالاتری را نتیجه می‌دهد. در [۲۰] صرفاً تطبیق مرتبه مدولاسیون برای سامانه FSO تحت مدولاسیون PSK بررسی شده که دارای احتمال قطع نسبتاً بالایی است. از طرفی، در [۲۱] تطبیق مرتبه در مدولاسیون PAM پیشنهاد شده، اما این کار بر فرض پیوسته بودن مرتبه مدولاسیون استوار بوده که یک فرض غیرعملی است. همچنین، در [۲۰-۲۱] محدودیت حداکثر توان برای امنیت چشم و محدودیت توان متوسط برای طول عمر لیزر در نظر گرفته نشده است.

با توجه به موارد فوق، انگیزه این مقاله بررسی مسئله انتقال وفقی داده با در نظر گرفتن امنیت چشم و طول عمر لیزر تحت مدولاسیون‌های $M\text{-PAM}^{12}$ و $S\text{-PSK}^{13}$ است. بدین منظور، سه طرح انتقال وفقی تطبیق توان^{۱۴} (AP)، تطبیق مرتبه مدولاسیون^{۱۵} (AM)، و تطبیق همزمان توان و مرتبه مدولاسیون^{۱۶} (APM) برای دو نوع مدولاسیون M-PAM و S-PSK در نظر گرفته شده و عملکرد آن‌ها از لحاظ بهره‌وری طیفی و احتمال قطع^{۱۷}، تحت دو مدل مختلف برای کانال FSO مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. نوآوری‌های این پژوهش عبارتند از:

- ۱) تحلیل و بررسی روش تطبیق توان در سامانه FSO تحت مدولاسیون‌های M-PAM و S-PSK.
- ۲) تحلیل و بررسی روش تطبیق مرتبه مدولاسیون در سامانه FSO تحت مدولاسیون‌های PAM و PSK.
- ۳) تحلیل و بررسی روش تطبیق همزمان توان و مرتبه مدولاسیون در سامانه FSO تحت مدولاسیون‌های PAM و PSK.
- ۴) مقایسه عملکرد روش‌های ارائه شده از لحاظ بهره‌وری طیفی، مصرف انرژی و احتمال قطع.

سایر بخش‌های این مقاله از ساختار زیر تبعیت می‌کند. مدل سامانه FSO در نظر گرفته شده در این مقاله در بخش ۲، ارائه خواهد شد. در این بخش، دو مدل پرکاربرد لاگ-نرمال و گاما-گاما برای کانال تلاطمی FSO و نیز مدل سیگنال استفاده شده با در نظر گرفتن مدولاسیون‌های PAM و PSK ارائه و

مختلفی از جمله تنوع فضایی^۱ و زمانی، مخابرات مشارکتی رله‌ای، مخابرات چند ورودی-چند خروجی^۲، سامانه‌های ترکیبی RF/FSO و کدینگ بدون نرخ^۳ پیشنهاد شده است [۱۷-۱۳].

انتقال وفقی و تطبیق پارامترهای ارسال با توجه به شرایط کانال از دیگر راه‌کارهای کاهش اثر محوشوندگی در سامانه‌های مخابرات نوری فضای آزاد است. انتقال وفقی، با توجه به ماهیت شبه‌استاتیک کانال‌های FSO، اخیراً به‌عنوان روشی برای کاهش اثر محوشدگی در سامانه‌های FSO پیشنهاد شده است. از آنجایی که زمان همدوسی^۴ کانال FSO بین ۰/۱ تا ۱۰ میلی‌ثانیه است [۱]، شرایط کانال برای میلیون‌ها بیت متوالی ثابت بوده و لذا می‌توان پارامترهای انتقالی سامانه از قبیل توان، نرخ کدینگ و مرتبه مدولاسیون را با توجه به شرایط کانال برای فراهم کردن نرخ داده‌ی مطلوب و انتقالی مطمئن بر اساس شرایط کانال تنظیم نمود. انتقال وفقی برای سامانه‌های FSO در پژوهش‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. به‌عنوان نمونه، در [۱۸] تطبیق نرخ سیگنالینگ لحظه‌ای در مدولاسیون BPPM^۵ با توجه به شرایط کانال بررسی شده است. در [۱۹]، برای مقابله با اثر محوشدگی، طرح‌های کدینگ بدون نرخ (مانند LDPC^۶ هرس شده^۷ و کد راپتور^۸) روی یک کانال نوری فضای آزاد آزمایشی پیاده‌سازی شده است که در آن، نرخ اطلاعات به صورت مداوم با تغییر شرایط کانال تطبیق داده می‌شود. تطبیق مرتبه مدولاسیون با توجه به شرایط کانال برای سامانه FSO تحت مدولاسیون PSK^۹ چندسطحی در [۲۰] بررسی شده است. لازم به ذکر است روش ارائه شده در [۲۰] دارای احتمال قطع نسبتاً بالایی است. در [۲۱]، تطبیق همزمان مدولاسیون و نرخ کدینگ برای یک سامانه FSO با مدولاسیون دامنه پالس^{۱۰} (PAM) چندسطحی مطالعه شده است. در [۲۲]، با در نظر گرفتن محدودیت‌های توان و گسسته بودن مرتبه مدولاسیون، وفق دادن همزمان توان و مرتبه مدولاسیون با به‌کارگیری مدولاسیون PPM^{۱۱} چندسطحی برای یک سامانه FSO پیشنهاد شده است.

از آنجا که بهره‌وری طیفی یک معیار عملکردی مهم در سامانه‌های FSO است که به نوع و مرتبه مدولاسیون و نیز توان

12- M-Pulse Amplitude Modulation
13- Subcarrier-Phase Shift Keying
14- Adaptive Power
15- Adaptive Modulation
16- Adaptive Power and Modulation
17- Outage Probability

1- Spatial diversity
2- Multi Input – Multi Output communications
3- Rateless coding
4- Coherence time
5- Binary Pulse Position Modulation
6- Low Density Parity Check
7- Punctured
8- Raptor code
9- Phase Shift Keying
10- Pulse Amplitude Modulation
11- Pulse Position Modulation

که در آن، A_r سطح مقطع لنز گیرنده، θ زاویه واگرایی، d طول مسیر و β ضریب تضعیف است. از طرفی، ضریب محوشوندگی کانال که آن را با h نشان می‌دهیم یک متغیر تصادفی است که بسته به تلاطم جوی تغییر می‌کند. برای بیان سطح تلاطمات جوی معیاری به اسم واریانس راییتوو^۳ (σ_R^2) تعریف شده که برابر است با $\sigma_R^2 = 1.23 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^{7/6} C_n^2 d^{11/6}$ [۲۵]. در این رابطه، λ طول موج کاری فرستنده و C_n^2 ثابت ساختار شاخص شکست است. مقادیر کم واریانس راییتوو، دامنه با تغییرات شدت کم‌تر و مقادیر بالای آن، دامنه با تغییرات شدت بیشتر را مدل می‌کند. معمولاً به‌ازای $1 \leq \sigma_R^2$ شدت تلاطمات اتمسفری ضعیف در نظر گرفته می‌شود ولی به‌ازای $1 \geq \sigma_R^2$ شدت تلاطمات متوسط و قوی فرض می‌شود.

در پژوهش‌های انجام شده، مدل‌های مختلفی برای کانال h پیشنهاد شده است. در این مقاله برای مدل کردن کانال متلاطم جوی دو مدل پرکاربرد لاگ-نرمال و گاما-گاما را برای تلاطمات ضعیف و قوی در نظر گرفته می‌شوند. در تلاطمات ضعیف از مدل لاگ-نرمال استفاده می‌کنیم و داریم: $h = e^l$ که l یک متغیر تصادفی گوسی با واریانس σ_l^2 و میانگین صفر است. علاوه بر این، فرض شده که h نسبت به حالت غیرمتلاطم نرمالیزه شده است. بنابراین، با توجه به این که در طول فرآیند پراکندگی، اتلاف انرژی وجود ندارد، متوسط h برابر واحد است یعنی خواهیم داشت: $E[h] = 1$ ، که E بیانگر متوسط آماری یا امید ریاضی است. با در نظر گرفتن انتشار موج صفحه‌ای، تابع چگالی احتمال h برای توزیع لاگ-نرمال به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۵]:

$$f_{LN}(h) = \frac{1}{h\sigma_l\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_l^2} \left(\ln(h) + \frac{\sigma_l^2}{2}\right)^2\right) \quad (2)$$

که در آن، $\sigma_l^2 = \sigma_R^2$ است. برای تلاطمات قوی‌تر، مدل گاما-گاما که حاصل ضرب دو متغیر تصادفی با توزیع گاما است، شدت نوسانات را دقیق‌تر مدل می‌کند. در این حالت، تابع چگالی احتمال h به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۵]:

$$f_{GG}(h) = \frac{2(\alpha\beta)^{(\alpha+\beta)/2}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} h^{\frac{\alpha+\beta}{2}} K_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta}h) \quad (3)$$

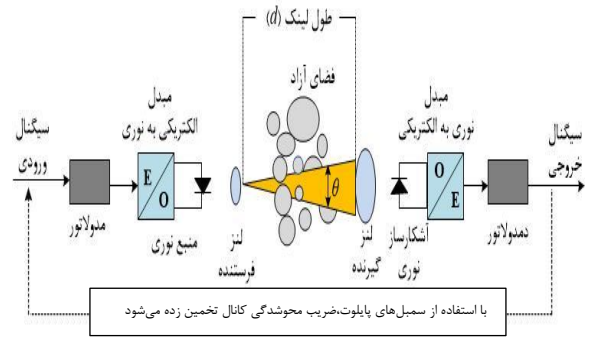
که در آن، α و β به ترتیب اعداد مؤثر سلول‌های مقیاس بزرگ و مقیاس کوچک فرآیند پراکندگی هستند. همچنین، Γ بیانگر تابع گاما، K_m تابع بسل اصلاح شده نوع دوم از مرتبه m بوده و پارامترهای α و β نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۵]:

$$\alpha = \left[\exp\left(\frac{0.49\sigma_R^2}{\left(1 + 1.11\sigma_R^{12/5}\right)^{7/6}}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (4)$$

پارامترهای آن استخراج می‌شود. در بخش‌های ۳ و ۴، طرح‌های انتقال افقی شامل روش‌های AP، AM و APM تحت مدولاسیون‌های PAM و PSK معرفی و مسائل بهینه‌سازی مربوط به هر روش استخراج و حل می‌شوند. در بخش ۵، نتایج شبیه‌سازی عددی مربوط به طرح‌های افقی مطرح شده ارائه خواهند شد و عملکرد روش‌های ارائه‌شده مورد بررسی و تحلیل قرار خواهند گرفت. نهایتاً، در بخش ۶، نتایج حاصل از این پژوهش جمع‌بندی خواهد شد.

۲- مدل سامانه

همان‌گونه که از شکل (۱) دیده می‌شود، در این بخش یک سامانه مخابرات نوری فضای آزاد شامل فرستنده نوری، مسیر انتشار و گیرنده نوری در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که در فرستنده نوری از روش مدولاسیون شدت^۱ برای ارسال داده و در گیرنده نوری از روش آشکارسازی مستقیم^۲ (IM/DD) برای آشکارسازی داده‌ها استفاده می‌شود. در ادامه، مدل کانال در نظر گرفته شده و پارامترهای آماری آن و نیز مدل سیگنال ارسالی تحت مدولاسیون‌های PAM و PSK ارائه می‌شوند.



شکل (۱): ساختار سامانه مخابرات نوری فضای آزاد در نظر گرفته شده

۲-۱- مدل انتشار فضای آزاد

سیگنال‌های نوری هنگام عبور از کانال جوی در معرض پراکندگی، جذب و محوشدگی (تلاطم اتمسفری) قرار می‌گیرند که منجر به تضعیف و تغییرات تصادفی در شدت باریکه نور می‌شوند. در این بخش مدل جامع کانال که شامل تلفات مسیر انتشار و تلفات ناشی از تلاطم جوی است، در نظر گرفته می‌شود. ضریب میرایی کانال که با h_l نشان داده می‌شود ثابت بوده و به صورت زیر مدل می‌شود [۲۵]:

$$h_l = \frac{A_r}{\pi \left(\frac{\theta d}{2}\right)^2} e^{-\beta d_0} \quad (1)$$

که در آن، ρ ضریب تبدیل نوری به الکتریکی گیرنده و $n(t)$ نویز سفید گوسی است. رابطه‌ی احتمال خطا برای مدولاسیون M-PAM در باند پایه به صورت زیر به دست آمده است [۲۴]:

$$P_{b_MPAM} = \frac{2(M-1)}{M \log_2 M} Q \left(\sqrt{\frac{d_{min}^2}{4\sigma_n^2}} \right) \quad (۹)$$

که در آن، σ_n^2 واریانس نویز سفید گوسی است و تابع Q به صورت $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ تعریف می‌شود.

۲-۲-۲-۲-۲-۲ مدولاسیون PSK

در این نوع مدولاسیون داده‌های ورودی به صورت فاز مدوله می‌شوند به طوری که هر فاز، نماینده یک سمبل است و هر سمبل حامل $\log_2 M$ بیت است. در این نوع مدولاسیون پس از اضافه کردن بایاس DC، توان نوری انتقالی به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۰]:

$$P_t(t) = P_0 [1 + \mu s(t)] \quad (۱۰)$$

که در آن، P_0 توان انتقالی متوسط و $0 < \mu < 1$ شاخص مدولاسیون برای تضمین عملکرد لیزر در ناحیه خطی است [۲۰]. همچنین، سیگنال $s(t)$ نیز خروجی مدولاتور PSK بوده که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t - kT) \cos(2\pi f_c t + \varphi_k) \quad (۱۱)$$

که در آن، $g(t)$ فیلتر شکل‌دهنده پالس، T نشان‌دهنده بازه سمبل، f_c فرکانس زیرحامل و φ_k فاز k -امین سمبل داده است به طوری که $\varphi_k \in \left\{ 0, \frac{\pi}{M}, \dots, \frac{(M-1)\pi}{M} \right\}$. با فرض $\mu = 1$ بیشینه‌ی توان و متوسط توان فرستنده به ترتیب برابر $P_{peak} = 2P_0$ و $P_{av} = P_0$ هستند.

پس از حذف بایاس DC در گیرنده، سیگنال دریافتی به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۰]:

$$y(t) = \rho h P_0 \mu s(t) + n(t) \quad (۱۲)$$

برای مدولاسیون S-PSK، با فرض این که انرژی شکل‌دهنده پالس برابر واحد است ($E_g = 1$)، رابطه احتمال خطا برحسب مرتبه مدولاسیون M در باند میانی به صورت زیر به دست می‌آید [۲۴]:

$$P_{b_M-PSK} = \frac{2}{\log_2 M} Q \left(h \sin \frac{\pi}{M} \frac{\rho P_0}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \quad M > 2 \quad (۱۳)$$

$$P_{b_2-PSK} = Q \left(h \frac{\rho P_0}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \quad M = 2 \quad (۱۴)$$

که در آن، σ_n انحراف استاندارد نویز سفید و P_{b_2-PSK} نرخ خطای بیت PSK باینری است. با توجه به دو بعدی بودن سیگنالینگ S-PSK بهره‌وری طیفی برابر $\frac{1}{2} \log_2 M$ است.

$$\beta = \left[\exp \left(\frac{0.51\sigma_R^2}{\left(1 + 0.69\sigma_R^{12/5}\right)^{5/6}} \right) - 1 \right]^{-1} \quad (۵)$$

۲-۲-۲-۲-۲-۲ مدل سیگنال ارسالی

برای استفاده حداکثری از ظرفیت سامانه‌های مخابرات نوری فضای آزاد، باید از مدولاسیون‌هایی استفاده شود که بهره‌وری طیفی بالایی دارند، اگرچه هزینه بیشتری برای توان باید پرداخت شود. در این مقاله، یک سامانه مخابرات نوری فضای آزاد IM/DD که از مدولاسیون‌های M-PAM یا S-PSK با کدینگ گری (Gray) استفاده می‌کند در نظر گرفته می‌شود که هر کدام از این مدولاسیون‌ها به ترتیب در ادامه شرح داده خواهند شد.

۲-۲-۲-۱-۲-۲-۲ مدولاسیون دامنه پالس (PAM)

در این مدولاسیون، داده‌های ورودی به صورت سطوح توان مدوله می‌شوند به طوری که هر سطح توان نماینده یک سمبل است و هر سمبل حامل $\log_2 M$ بیت است که M بیانگر مرتبه مدولاسیون است. سطوح مدوله‌شده در حوزه نوری به صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۱]:

$$A_m = 2(m-1), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (۶)$$

با در نظر گرفتن سیگنال‌های ارسالی در باند میانی و اضافه کردن یک بایاس DC برای جلوگیری از توان منفی، توان انتقالی به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود [۲۰]:

$$P_t(t) = P_0 A_m (1 + \cos \omega_c t) \quad (۷)$$

که در آن، P_0 توان شکل‌دهنده پالس، A_m بیانگر ارزش سمبل (سطح توان)، و ω_c فرکانس زاویه‌ای حامل است. حداقل فاصله توان سیگنال بین دو سمبل متوالی در فرستنده برابر $d_{min} = 2P_0$ است. بیشینه توان و متوسط توان فرستنده نیز به ترتیب به صورت $P_{peak} = 4P_0(M-1)$ و $P_{av} = \frac{2P_0}{M} \sum_{m=1}^M (m-1)$ تعریف می‌شوند که در آن، P_{peak} و P_{av} به ترتیب بیانگر بیشینه توان ارسالی و متوسط توان ارسالی هستند. به منظور بررسی عملکرد طرح‌های وقتی موردنظر بهره‌وری طیفی به صورت نسبت نرخ داده به پهنای باند کانال تعریف می‌شود که برای مدولاسیون M-PAM برابر $\log_2 M$ است. سیگنال دریافتی در سمت گیرنده به صورت زیر مدل می‌شود:

$$y(t) = \rho h P_t(t) + n(t) \quad (۸)$$

$$P_{b_MPAM} = \frac{2(M-1)}{M \log_2 M} Q\left(\frac{S}{2}\right) \quad (19)$$

برای هر مرتبه مدولاسیون، مقدار S کمینه را به‌ازای یک نرخ خطای بیت (BER) آستانه (P_{th}) به‌دست می‌آوریم که این مقدار S کمینه را با S_M (آستانه S برای مدولاسیون مرتبه M -ام) نشان می‌دهیم و داریم:

$$S_M = 2Q^{-1}\left(\frac{P_{th} M \log_2 M}{2(M-1)}\right) \quad (20)$$

با تعیین مقادیر S_M ها این تضمین حاصل می‌شود که در رابطه (۱۹) به‌ازای $S_M \geq$ مقدار خطای بیت کوچک‌تر یا مساوی P_{th} است. چرا که تابع Q نسبت به S تابعی نزولی است. بنابراین، می‌توانیم توان شکل‌دهنده پالس را به‌صورت زیر بنویسیم:

$$P_0 = \begin{cases} 0 & h < \epsilon \\ \frac{S_M \sigma_n}{2\rho h} & h \geq \epsilon \end{cases} \quad (21)$$

مطابق رابطه (۲۱)، برای این که احتمال خطای آستانه حفظ شود، یعنی S_M ثابت بماند، با کاهش h باید P_0 زیاد شود و لذا با افزایش h باید مقدار P_0 کاهش یابد. اما به خاطر امنیت چشم P_0 نباید خیلی زیاد شود، بنابراین، به‌ازای h خیلی کوچک، قطع اتفاق می‌افتد که احتمال قطع به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P_{out}^{AP} = \int_0^\epsilon f(h) dh \quad (22)$$

که در رابطه (۲۲)، مقدار ϵ با جایگذاری $P_{out}^{AP} = \delta$ به‌دست می‌آید که δ احتمال قطع مطلوب است. با توجه به (۱۵) محدودیت بیشینه توان به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{4(M-1)S_M \sigma_n}{2\rho h} \leq P_m \quad (23)$$

در سامانه‌ای که توان انتقالی را بر اساس شرایط کانال وفق می‌دهد رابطه (۲۳) باید به‌ازای همه مقادیر h و M برقرار باشد. بدترین شرایط زمانی اتفاق می‌افتد که h برابر ϵ باشد و $(M-1)S_M$ نیز دارای بیش‌ترین مقدار خود باشد. به‌راحتی می‌توان نشان داد که $(M-1)S_M$ نسبت به M افزایشی است، بنابراین، بزرگ‌ترین مقدار M که آن را با M_N نشان می‌دهیم باید طوری تعیین شود که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{4(M_N-1)S_{M_N} \sigma_n}{2\rho P_m} \leq \epsilon \quad (24)$$

با انتخاب M_N این تضمین حاصل می‌شود که به‌ازای $M \leq M_N$ قید محدودیت بیشینه توان (۱۵) برقرار است. در نهایت، سامانه مقدار M را با توجه به محدودیت توان متوسط از مجموعه $\mathcal{M} = \{M_1, \dots, M_N\}$ انتخاب می‌کند که در آن داریم $M_N = 2^n$ به‌ازای $n = 1, 2, \dots, N$. بنابراین، مسئله تطبیق توان به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

۳- طرح‌های انتقال و فقی تحت مدولاسیون PAM

در این بخش، سه طرح انتقال و فقی، (۱) تطبیق توان، (۲) تطبیق مدولاسیون و (۳) تطبیق همزمان توان و مدولاسیون را با در نظر گرفتن مدولاسیون دامنه پالس (PAM) در سامانه مخابرات نوری فضای آزاد مورد بررسی قرار می‌دهیم و در هر طرح، براساس حالت کانال، راه‌کار بهینه تطبیق توان و یا مدولاسیون ارائه می‌شود.

۳-۱- تطبیق توان

در این روش، با توجه به شرایط کانال، توان ارسالی به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که ضمن برقراری نرخ خطای بیت مطلوب، مصرف انرژی سامانه کمینه شود. بدین منظور، به‌ازای یک مرتبه مدولاسیون مشخص، لازم است با کاهش h مقدار توان ارسالی افزایش و با افزایش h مقدار توان ارسالی کاهش یابد. با توجه به محدودیت‌های عملی نظیر امنیت چشم و پوست انسان، بیشینه توان انتقالی در مخابرات نوری فضای آزاد نباید از حد معینی بیش‌تر شود. علاوه بر این، به‌منظور افزایش طول عمر لیزرها، لازم است توان متوسط ارسالی نیز محدود شود. مطابق رابطه (۷)، بیشینه توان نوری زمانی رخ می‌دهد که $A_m = 2(M-1)$ و $\cos \omega_c t = 1$ باشد. لذا توان بیشینه برابر است با $P_{peak} = 4P_0(M-1)$ از طرفی، چون متوسط $1 + \cos \omega_c t$ برابر یک است، توان نوری ارسالی متوسط برابر است با $P_{av} = \frac{P_0}{M} \sum_{m=1}^M A_m$ ، که با جاگذاری رابطه (۶) در عبارت اخیر، به‌راحتی می‌توان نشان داد که توان متوسط برابر $P_{av} = P_0(M-1)$ است. از این‌رو، محدودیت‌های توان بیشینه و متوسط به ترتیب به‌صورت روابط زیر نوشته می‌شوند:

$$P_{peak} = 4P_0(M-1) \leq P_m \quad (15)$$

$$P_{av} = P_0(M-1) \leq P_a \quad (16)$$

در قسمت گیرنده با توجه به عبور سیگنال از کانال متلاطم، فاصله‌ی بین دو سمبل دیگر ثابت نبوده و تحت ضریب کانال می‌تواند با زمان تغییر کند. در صورتی که حداقل فاصله بین سمبل‌ها را با d_{min} نشان دهیم داریم:

$$d_{min} = 2P_0 \rho h \quad (17)$$

بنابراین، با توجه به ضرایب کانال، آستانه‌های آشکارسازی نیز باید طبق این فاصله به‌روزرسانی شوند. نسبت اختلاف سیگنال دو سمبل متوالی به‌نویز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S \triangleq \frac{2P_0 \rho h}{\sigma_n} \quad (18)$$

از روابط (۹)، (۱۷) و (۱۸) می‌توان نتیجه گرفت:

$h_S \leq \dots$ تقسیم می‌کنیم و هر کدام از این زیربازه‌ها را به یک مرتبه مدولاسیون مشخص از مجموعه در دسترس $\mathcal{M}^{AM} = \{M_1, M_2, \dots, M_S\}$ اختصاص دهیم. مرزهای نواحی را با توجه به BER آستانه به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$h_n = \frac{\sigma_n(M_n - 1)}{\rho P_{av}} Q^{-1} \left(P_{th} \frac{M_n \log_2 M_n}{2(M_n - 1)} \right) \quad (27)$$

$$n = 1, 2, \dots, S$$

همان‌طور که از رابطه (۲۷) می‌توان دریافت، با کاهش مقدار M_n ضریب h_n نیز کاهش پیدا می‌کند. وقتی مقدار h از یک حدی کم‌تر شود حتی انتخاب کوچک‌ترین مرتبه مدولاسیون نیز نمی‌تواند احتمال خطای مطلوب را تضمین کند. بنابراین، به‌ازای $h < \epsilon$ قطع ارتباط اتفاق می‌افتد. در نهایت با تخمینی که از شرایط کانال به دست می‌آید، مرتبه مدولاسیون‌ها به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$M_n(h) = \begin{cases} 0 & h < \epsilon \\ 2^n & h_n \leq h < h_{n+1} \end{cases} \quad (28)$$

که در رابطه (۲۸)، $h_{S+1} \rightarrow \infty$ و فرض می‌کنیم $\epsilon = h_1$ است، یعنی قطع زمانی اتفاق می‌افتد که BER بیش‌تر از مقدار احتمال خطای آستانه شود. بنابراین، احتمال قطع در این روش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{out}^{AM} = \int_0^{h_1} f(h) dh \quad (29)$$

در این صورت، مسئله تطبیق مدولاسیون به صورت زیر نوشته می‌شود:

مسئله ۲:

$$\max_h SE(h) \quad (30)$$

$$\epsilon = h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_n \quad (31)$$

$$P_{av} \leq P_a \quad (32)$$

$$P_{peak} \leq P_m \quad (33)$$

که در روابط فوق، $SE(h)$ میانگین بهره‌وری طیفی و P_{av} میانگین توان انتقالی است. از آنجایی که ضریب کانال h تصادفی است و مرتبه مدولاسیون نیز بسته به ضریب کانال انتخاب می‌شود، نمی‌توان بهره‌وری طیفی را به صورت لحظه‌ای به دست آورد. در این شرایط از بهره‌وری طیفی متوسط استفاده می‌کنیم که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$SE(h) = \sum_{n=1}^S \log_2 M_n \int_{h_n}^{h_{n+1}} f(h) dh$$

$$= \log_2 M_1 \int_{h_1}^{h_2} f(h) dh + \log_2 M_2 \int_{h_2}^{h_3} f(h) dh$$

$$+ \dots + \log_2 M_S \int_{h_S}^{h_{S+1}} f(h) dh \quad (34)$$

به طریق مشابه، توان متوسط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

مسئله ۱:

$$\max_{\mathcal{M}} \log_2 M \quad (25)$$

$$\text{تحت قید: } \frac{(M-1)S_M \sigma_n}{2\rho} \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{1}{h} f(h) dh \leq P_a \quad (26)$$

با توجه به رابطه (۲۵)، سامانه در ابتدا بزرگ‌ترین مقدار M را از مجموعه \mathcal{M} انتخاب می‌کند و سپس قید توان متوسط (۲۶) را بررسی می‌کند. اگر قید برقرار باشد طبق رابطه (۲۱) با توجه به تخمینی که از شرایط کانال یعنی ضرایب محوشوندگی به دست آمده است، مقدار توان شکل‌دهنده پالس P_0 به دست می‌آید. اما اگر قید توان متوسط برقرار نباشد سامانه یک مرتبه مدولاسیون کوچک‌تر را انتخاب می‌کند و این کار تا زمانی که قید برقرار شود ادامه می‌یابد. شبه کد ارائه شده در جدول (۱)، مراحل استخراج مرتبه مدولاسیون و توان را در روش تطبیق توان بیان می‌کند.

جدول (۱): استخراج مرتبه مدولاسیون و توان در روش تطبیق توان

- ۱- مقدار M_N با استفاده از روابط (۲۰) و (۲۴)، به ازای مقادیر مشخص شده برای پارامترهای ρ و σ_n^2 استخراج می‌شود.
- ۲- مقدار پارامتر N از رابطه $N = \log_2 M_N$ محاسبه می‌شود.
- ۳- مقدار شمارنده i برابر N فرض می‌شود.
- ۴- با توجه به رابطه $M = 2^i$ ، مرتبه مدولاسیون M به دست می‌آید.
- ۵- با استفاده از رابطه (۲۰)، مقدار S_M محاسبه می‌شود.
- ۶- قید (۲۶) به ازای مقادیر مشخص شده برای پارامترهای ρ ، σ_n^2 و P_a بررسی می‌شود.
- ۷- اگر قید (۲۶) برقرار باشد، توان پالس P_0 از رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود و به مرحله ۱۱ می‌رویم.
- ۸- اگر قید (۲۶) برقرار نباشد، شمارنده i یک واحد کم می‌شود.
- ۹- اگر $i > 0$ باشد، به مرحله ۴ برمی‌گردیم.
- ۱۰- اگر $i \leq 0$ باشد، تحت قیدهای توان متوسط، توان بیشینه و نیز مدولاسیون مفروض، برقراری ارتباط امکان‌پذیر نیست.
- ۱۱- پایان.

۲-۳- تطبیق مرتبه مدولاسیون

در این زیربخش، با توجه به شرایط کانال، مرتبه مدولاسیون طوری انتخاب می‌شود تا ضمن فراهم شدن نرخ خطای بیت مطلوب، حداکثر بهره‌وری طیفی حاصل شود. ایده‌ای که در این‌جا استفاده می‌شود این است که بازه ضرایب محوشوندگی را با توجه به پارامترهای عملکرد به زیربازه‌های $0 \leq h_1 \leq h_2 \leq \dots$

$$M_n(h) = \begin{cases} 0 & h < \epsilon \\ 2^n & h_n \leq h < h_{n+1} \end{cases} \quad (43)$$

که در آن، $h_{N+1} \rightarrow \infty$ ، $n = 1, \dots, N$ و فرض می‌کنیم $h_1 = \epsilon$. در این جا به خاطر محدودیت بیشینه توان، h_1 را به کم‌ترین مقدار ممکن که احتمال قطع مشخص δ را تضمین می‌کند، محدود می‌کنیم و ثابت در نظر می‌گیریم که ϵ طبق رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود و سایر h_n ها باید محاسبه شوند. بنابراین، در روش تطبیق همزمان توان و مرتبه مدولاسیون، ابتدا با توجه به ضریب محوشوندگی، مرتبه مدولاسیون انتخاب می‌شود سپس با توجه به تغییرات ضریب محوشوندگی در بازه مورد نظر، توان طبق رابطه (۲۱) تعیین می‌شود. مسئله بهینه‌سازی مربوطه به صورت زیر نوشته می‌شود:

مسئله ۴:

$$\max_h SE(\mathbf{h}) \quad (44)$$

$$\epsilon = h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_n \quad (45)$$

$$P_{av}(\mathbf{h}) \leq P_a \quad (46)$$

که در آن، $SE(\mathbf{h})$ و $P_{av}(\mathbf{h})$ به ترتیب متوسط بهره‌وری طیفی و متوسط توان انتقالی هستند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$SE(\mathbf{h}) = \sum_{n=1}^N \log_2 M_n \int_{h_n}^{h_{n+1}} f(h) dh \\ = \log_2 M_1 \int_{h_1}^{h_2} f(h) dh + \log_2 M_2 \int_{h_2}^{h_3} f(h) dh \quad (47)$$

$$+ \dots + \log_2 M_N \int_{h_N}^{h_{N+1}} f(h) dh,$$

$$P_{av}(\mathbf{h}) \quad (48)$$

$$= \sum_{n=1}^N \frac{S_{M_n} \sigma_n (M_n - 1)}{2\rho} \int_{h_n}^{h_{n+1}} \frac{f(h)}{h} dh \\ = \frac{S_{M_1} \sigma_n (M_1 - 1)}{2\rho} \int_{h_1}^{h_2} \frac{f(h)}{h} dh \\ + \dots + \frac{S_N \sigma_n (M_N - 1)}{2\rho} \int_{h_N}^{h_{N+1}} \frac{f(h)}{h} dh$$

در پیوست الف، جواب مسئله بهینه‌سازی (۴۴) با استفاده از شرایط 1 KKT به دست آمده است. براساس پیوست الف، ۴ حالت ممکن برای جواب بهینه وجود دارد که این ۴ حالت عبارتند از:

حالت اول: هر دو قید (۴۵) و (۴۶) به صورت نامساوی باشند، یعنی داشته باشیم:

$$\begin{cases} P_{av}(\mathbf{h}) < P_a \\ h_1 < h_2 < \dots < h_n \end{cases} \quad (49)$$

در این حالت بهره‌وری طیفی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_{av}(\mathbf{h}) = \sum_{n=1}^S \int_{h_n}^{h_{n+1}} P_0 (M_n - 1) f(h) dh \\ = \int_{h_1}^{h_2} P_0 (M_1 - 1) f(h) dh + \int_{h_2}^{h_3} P_0 (M_2 - 1) f(h) dh \quad (35) \\ + \dots + \int_{h_S}^{h_{S+1}} P_0 (M_S - 1) f(h) dh \leq P_a$$

در نهایت با استفاده از روابط (۲۷)، (۳۲) و (۳۳) می‌توان مسئله ۲ را به صورت زیر بازنویسی کرد:

مسئله ۳:

$$\max_h \sum_{n=1}^S \log_2 M_n \int_{h_n}^{h_{n+1}} f(h) dh \quad (36)$$

$$h_n = \frac{\sigma_n}{\rho P_0} Q^{-1} \left(P_{th} \frac{M_n \log_2 M_n}{2(M_n - 1)} \right) \quad (37)$$

$$\sum_{n=1}^S \int_{h_n}^{h_{n+1}} P_0 (M_n - 1) f(h) dh \leq P_a \quad (38)$$

$$4P_0 (M_S - 1) \leq P_m \quad (39)$$

لازم به ذکر است که قید (۳۹) تابعیت h ندارد و فقط در بیشینه P_0 (بیشینه توان متوسط) محدودیت ایجاد می‌کند. همچنین، توان متوسط (۳۸) نیز مستقل از قید (۳۷) نیست. بنابراین، می‌توانیم از قید (۳۸) چشم‌پوشی کرده و فقط بیشینه توان متوسط را که از قید (۳۹) به دست می‌آید و برابر $\frac{P_m}{4}$ است لحاظ کنیم. بنابراین، مسئله ۳ به صورت ساده‌تر زیر بازنویسی می‌شود:

$$SE(\mathbf{h}) = \sum_{n=1}^S \log_2 M_n \int_{h_n}^{h_{n+1}} f(h) dh \quad (40)$$

$$h_n = \frac{\sigma_n}{\rho P_0} Q^{-1} \left(P_{th} \frac{M_n \log_2 M_n}{2(M_n - 1)} \right), n \in \{1, \dots, S\} \quad (41)$$

$$M_S \leq \frac{P_m}{4P_0} + 1 \quad (42)$$

که با جایگذاری (۴۱) در (۴۰)، جواب بهینه آن به دست می‌آید.

۳-۳- تطبیق همزمان توان و مرتبه مدولاسیون

در این زیربخش، توان و مرتبه مدولاسیون به صورت همزمان تطبیق داده می‌شوند؛ به بیان دیگر، با توجه به ضریب کانال، مقدار پارامترهای توان و مرتبه مدولاسیون به صورت وقتی تغییر می‌کنند به طوری که سامانه با مصرف کم‌ترین انرژی به بالاترین نرخ ارسال داده دست یابد. در این روش نیز با تعریف S_M مشابه رابطه (۲۰)، می‌توان توان شکل‌دهنده پالس را طبق رابطه (۲۱) محاسبه کرد به طوری که توان متناسب با عکس ضریب کانال تغییر می‌کند. علاوه بر این، با اعمال محدودیت بیشینه توان (۱۵)، مرتبه مدولاسیون قابل قبول به M_N محدود می‌شود، به طوری که بزرگترین مرتبه مدولاسیون طبق رابطه (۲۴) تعیین می‌شود. در ادامه، روند تطبیق مرتبه مدولاسیون را اعمال می‌کنیم به طوری که به ازای هر بازه از ضرایب محوشوندگی یک مرتبه مدولاسیون طبق رابطه زیر انتخاب می‌شود:

احتمال قطع را می توان طبق رابطه (۲۲) محاسبه کرد.

محدودیت های بیشینه و متوسط توان را می توان به صورت زیر نوشت:

$$P_{peak} = 2P_0 \leq P_m \quad (58)$$

$$P_{av} = P_0 \leq P_a \quad (59)$$

با اعمال (۵۸)، حداکثر مرتبه قابل قبول از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{2\sqrt{2S_{M_N}\sigma_n}}{\rho P_m} \leq \epsilon \quad (60)$$

بنابراین، مسئله تطبیق توان، که بیشینه کردن بهره وری طیفی تحت محدودیت توان متوسط است به صورت زیر نوشته می شود:

مسئله ۵:

$$\frac{1}{2} \max_M \log_2 M \quad (61)$$

$$\text{تحت قید: } \frac{\sqrt{2S_M\sigma_n}}{\rho} \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{1}{h} f(h) dh \leq P_a \quad (62)$$

طبق رابطه (۶۱)، سامانه در ابتدا بزرگترین مقدار ممکن را برای مرتبه ی مدولاسیون از مجموعه $\mathcal{M} = \{M_1, M_2, \dots, M_N\}$ انتخاب کرده و سپس رابطه محدودیت توان متوسط (۶۲) را بررسی می کند. اگر قید برقرار نباشد مرتبه مدولاسیون را تا زمانی که قید برقرار شود کاهش می دهد. پس از انتخاب M ، طبق رابطه (۵۷) با تغییرات ضریب کانال، توان انتقالی نیز متناسب با عکس ضریب کانال تغییر می کند.

۴-۲- تطبیق مرتبه مدولاسیون

در این زیر بخش، پس از افراز ضرایب کانال و تخصیص مرتبه مدولاسیون های مربوط طبق رابطه (۲۸)، مسئله تطبیق مدولاسیون با هدف بیشینه سازی بهره وری طیفی به صورت زیر نوشته می شود:

مسئله ۶:

$$\max_h \frac{1}{2} \sum_{n=1}^S \log_2 M_n \int_{h_n}^{h_{n+1}} f(h) dh \quad (63)$$

$$\text{تحت قیود: } \epsilon = h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_n \quad (64)$$

$$P_0 \leq P_a \quad (65)$$

$$2P_0 \leq P_m \quad (66)$$

$$P_{b_{M-PSK}} \leq P_{th} \quad (67)$$

توان متوسط سامانه (P_0) مستقل از شرایط کانال است و تابعیت h را ندارد. برای رسیدن به بهترین بهره وری طیفی با توجه به احتمال خطای مطلوب (P_{th})، مرز بازه ها طبق روابط (۱۳) و (۱۴) به صورت زیر تعیین می شوند:

$$SE(\mathbf{h}) = \log_2 M_1 \int_{\epsilon}^{h_2} f(h) dh. \quad (50)$$

حالت دوم: فقط قید توان به صورت نامساوی باشد: $P_{av}(h) < P_a$

در این حالت بهره وری طیفی برابر است با:

$$SE(\mathbf{h}) = \log_2 M_N \int_{h_N}^{h_{N+1}} f(h) dh. \quad (51)$$

حالت سوم: صرفاً قید توان به صورت تساوی باشد یعنی:

$$\begin{cases} P_{av}(h) = P_a \\ h_1 < h_2 < \dots < h_{N+1} \end{cases} \quad (52)$$

در این حالت ضرایب کانال به صورت زیر است:

$$h_j = \frac{\lambda \sigma_n}{2\rho} [S_{M_j}(M_j - 1) - S_{M_{j-1}}(M_{j-1} - 1)] \quad (53)$$

که با جایگذاری (۵۳) در (۴۸) و (۴۷) و با فرض $P_{av}(\lambda) = P_a$ به ترتیب مقادیر λ و $SE(\mathbf{h})$ به دست می آیند.

حالت چهارم: در این حالت، شرایط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} P_{av}(h) = P_a \\ h_n = h_{n+1} \quad n \text{ ازای یک مقدار از } n \end{cases} \quad (54)$$

که همان نتایج حالت سوم حاصل می شود.

۴- طرح های انتقال وفقی تحت مدولاسیون PSK

در این بخش، روش های وفقی مطرح شده در بخش ۳ را روی سامانه ی که از مدولاسیون PSK استفاده می کند، پیاده سازی می کنیم. با توجه به این که روند کار مشابه مدولاسیون PAM است، بنابراین، از توضیح مطالب تکراری اجتناب و فقط نتایج را ذکر می کنیم.

۴-۱- تطبیق توان

نسبت اختلاف سیگنال دو سمبل متوالی به نویز را به صورت $S \triangleq \frac{\rho^2 h^2 P_0^2}{2\sigma_n^2}$ تعریف می کنیم، بنابراین، BER مربوط به

این مدولاسیون (با توجه به روابط (۱۳) و (۱۴)) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$P_{b_{M-PSK}} = \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\sin \frac{\pi}{M} \sqrt{S}\right), \quad M > 2 \quad (55)$$

$$P_{b_{2-PSK}} = Q(\sqrt{S}) \quad (56)$$

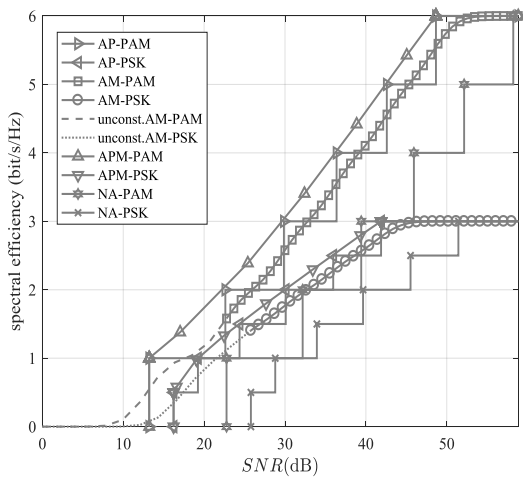
که با جایگذاری BER مطلوب (P_{th}) در روابط (۵۵) و (۵۶) مقادیر S_M ها به دست می آیند. با تعیین S_M ها رابطه توان متوسط وفقی به صورت زیر نوشته می شود:

$$P_0 = \begin{cases} 0 & h < \epsilon \\ \frac{\sqrt{2S_M\sigma_n}}{\rho h} & h \geq \epsilon \end{cases} \quad (57)$$

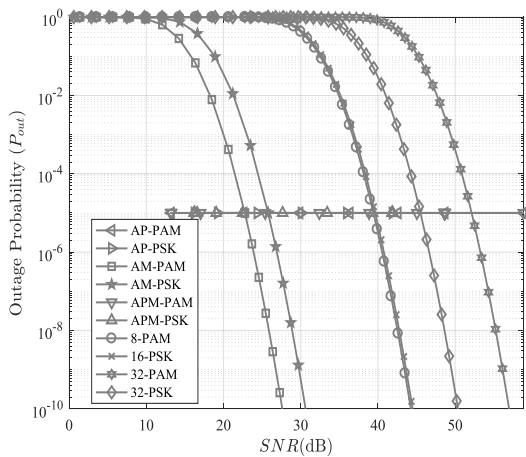
با جاگذاری (۷۸) در (۷۵) و برابر قرار دادن $P_{av}(\mathbf{h}) = P_a$ مقدار λ تعیین می‌شود و در نهایت با جاگذاری (۷۸) در (۷۴) جواب بهینه بهره طیفی به دست می‌آید.

۵- نتایج شبیه‌سازی عددی

در این بخش، عملکرد روش‌های افقی AP، AM و APM را تحت دو مدولاسیون M-PAM و S-PSK از لحاظ بهره‌وری طیفی و احتمال قطع ارزیابی کرده و نشان می‌دهیم که روش APM بهتر از هر دو روش دیگر عمل می‌کند. طول موج را $\lambda = 1550 \text{ nm}$



شکل (۲): بهره‌وری طیفی برحسب نسبت سیگنال به نویز در گیرنده نوری برای کانال با تابع توزیع لاگ-نرمال با $\sigma_R^2 = 0.07$ و $\delta = 10^{-5}$.



شکل (۳): احتمال قطع برحسب نسبت سیگنال به نویز در گیرنده نوری برای کانال با تابع توزیع لاگ-نرمال با $\sigma_R^2 = 0.07$ و $\delta = 10^{-5}$.

انحراف معیار نویز را $\sigma_n = 10^{-4}$ ، بیشینه توان قابل قبول را $P_m = 0.35W$ ، مقدار بیشینه مرتبه مدولاسیون را $M_S = 64$ و نرخ خطای بیت مطلوب را $P_{th} = 10^{-5}$ در نظر گرفته‌ایم. همچنین، عملکرد طرح‌های افقی ارائه شده برای دو کانال نوری با توزیع‌های آماری لاگ-نرمال و گاما-گاما بررسی شده است.

$$h_n = \frac{\sqrt{2}\sigma_n}{\rho P_{av} \sin \frac{\pi}{M_n}} Q^{-1} \left(P_{th} \frac{\log_2 M_n}{2} \right), n = 2, \dots, S \quad (68)$$

$$h_1 = \frac{\sqrt{2}\sigma_n}{\rho P_{av}} Q^{-1}(P_{th}). \quad (69)$$

بنابراین مسئله ۶ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$SE(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^S \log_2 M_n \int_{h_n}^{h_{n+1}} f(h) dh, n = 1, \dots, S \quad (70)$$

که با جایگذاری (۶۸) و (۶۹) در (۷۰) جواب بهینه آن به دست می‌آید.

۴-۳- تطبیق همزمان توان و مرتبه مدولاسیون

با توجه به رابطه توان متوسط افقی (۵۷) پس از اعمال محدودیت بیشینه توان و یافتن مرتبه‌های مجاز مدولاسیون (۶۰)، می‌توان مانند رابطه (۴۳) به منظور انتخاب مرتبه مدولاسیون مناسب، بازه ضرایب کانال را به بازه‌های غیرهمپوشان افزایش کرد. مسئله بیشینه کردن بهره‌وری طیفی به صورت زیر نوشته می‌شود:

مسئله ۷:

$$\max_{\mathbf{h}} SE(\mathbf{h}) \quad (71)$$

$$\text{تحت قیود} \quad \epsilon = h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_n \quad (72)$$

$$P_{av}(\mathbf{h}) \leq P_a \quad (73)$$

که در آن، بهره‌وری طیفی و توان متوسط به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$SE(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \log_2 M_n \int_{h_n}^{h_{n+1}} f(h) dh, \quad (74)$$

$$P_{av}(\mathbf{h}) = \sum_{n=1}^N \frac{\sqrt{2} S_M \sigma_n}{\rho} \int_{h_n}^{h_{n+1}} \frac{f(h)}{h} dh. \quad (75)$$

برای حل مسئله ۷ مانند مسئله ۴ از شرایط KKT استفاده می‌کنیم. مشابه حالت‌هایی که در زیر بخش ۳-۳ بیان شد در این‌جا نیز ۴ حالت داریم که نتایج نهایی آن‌ها به شرح زیر است. برای حالت‌های اول و دوم روابط بهره‌وری طیفی به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند:

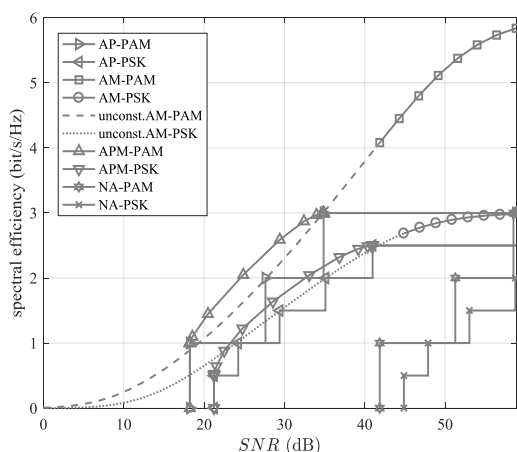
$$SE(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \log_2 M_1 \int_{\epsilon}^{h_2} f(h) dh \quad (76)$$

$$SE(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \log_2 M_N \int_{h_N}^{h_{N+1}} f(h) dh \quad (77)$$

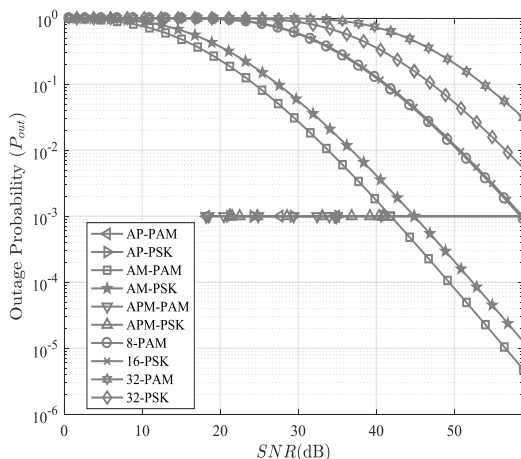
برای حالت‌های سوم و چهارم نیز ضرایب کانال به صورت زیر هستند:

$$h_j = \frac{2\sqrt{2}\lambda\sigma_n}{\rho} \left[\sqrt{S_{M_j}} - \sqrt{S_{M_{j-1}}} \right], j = 2, \dots, N \quad (78)$$

اشاره کرد: اولین نکته این است که با افزایش تلاطم جوی کارایی روش AM به شدت افت می‌کند به طوری که فقط در SNRهای بالا احتمال قطع مطلوب δ حفظ می‌شود. همان‌طور که در شکل (۴) مشاهده می‌شود (منحنی‌های خط‌چین)، آستانه‌های PAM و PSK برای داشتن احتمال قطع مطلوب به ترتیب به $41/8$ dB و $44/8$ dB افزایش پیدا کرده‌اند. اما همان‌طور که در شکل (۵) نشان داده شده است احتمال قطع برای حالت‌های AP و APM ثابت و برابر با δ می‌باشد در حالی که برای حالت‌های غیرووقفی و AM با شیبی کم‌تر نسبت به شکل (۳) به δ میل می‌کند.



شکل (۴): بهره‌وری طیفی برحسب نسبت سیگنال به نویز در گیرنده نوری برای کانال با تابع توزیع گاما-گاما با $\sigma_R^2 = 0.86$ و $\delta = 10^{-3}$.



شکل (۵): احتمال قطع برحسب نسبت سیگنال به نویز در گیرنده نوری برای کانال با تابع توزیع گاما-گاما با $\sigma_R^2 = 0.86$ و $\delta = 10^{-3}$.

نکته دوم این است که با افزایش تلاطم، محدودیت بیشینه توان و احتمال قطع باعث محدود شدن حداکثر مرتبه مجاز مدولاسیون برای روش‌های AP و APM می‌شوند به طوری که در شکل (۴) می‌بینیم حداکثر بهره‌وری طیفی برای PAM و PSK در روش‌های ووقفی AP و APM کم‌تر از روش ووقفی AM است، به طوری که برای مدولاسیون PAM حداکثر بهره به جای ۶، برابر

در شکل‌های (۳-۲) به ترتیب بهره‌وری طیفی و احتمال قطع برحسب نسبت سیگنال به نویز در گیرنده نوری $(SNR \triangleq \frac{\rho^2(P_{av}(h))^2}{\sigma_n^2})$ تحت تلاطم ضعیف با فرض $d = 2000m$ و $\sigma_n^2 = 10^{-15}$ برای مدولاسیون‌های PAM و PSK نشان داده شده‌اند که در آن‌ها حالت غیرووقفی (NA) و روش‌های ووقفی AP، AM و APM با هم مقایسه شده‌اند. در شکل (۲) برای هر دو مدولاسیون PAM و PSK همواره روش‌های ووقفی بهتر از حالت غیرووقفی عمل می‌کنند و بهره‌وری طیفی PAM نیز در همه‌ی حالت‌ها بالاتر از بهره‌وری طیفی PSK است (به جز بازه کوچکی در حالت‌های AP و NA که بهره‌ها برابر هستند). به‌عنوان مثال، به‌ازای $SNR = 30$ dB برای مدولاسیون PAM در حالت غیرووقفی و روش‌های AP، AM و APM به ترتیب بهره‌های طیفی ۱، ۲، ۳، ۴ و ۳ به‌دست آمده است در حالی که برای PSK مقادیر ۱، ۲، ۱، ۷ و ۲ به‌دست آمده است. اما نکته‌ای که باید به آن توجه کرد این است که در حالت AM برای SNRهای پایین‌تر از آستانه‌ای مشخص، احتمال قطع بیش‌تر از مقدار مطلوب δ است که در شکل (۲) به صورت خط‌چین نشان داده شده است. این آستانه SNR برای PAM و PSK به ترتیب $22/8$ dB و $25/8$ dB است. در شکل (۳) احتمال قطع تحت دو روش AP و APM برای هر دو طرح مدولاسیونی برابر با مقدار ثابت 10^{-5} است در حالی که برای حالت‌های غیرووقفی و روش AM، احتمال قطع برای SNRهای پایین دارای مقدارهایی بیش‌تر از $\delta = 10^{-5}$ است که با افزایش SNR، احتمال قطع با شیب نسبتاً تندی به سمت احتمال قطع مطلوب میل می‌کند. با این توضیحات می‌توان نتیجه گرفت که در کانال تلاطمی ضعیف استفاده از PAM با روش ووقفی APM از لحاظ بهره‌وری طیفی و احتمال قطع عملکرد بهتری دارد.

در شکل‌های (۴) و (۵) به ترتیب عملکرد بهره‌وری طیفی و احتمال قطع را بر حسب SNR برای حالت غیر ووقفی و روش‌های ووقفی AP، AM و APM تحت تلاطم قوی مدل شده توسط محوشوندگی گاما-گاما با فرض $d = 2500m$ و $C_n^2 = 0.8 \times 10^{-14}$ نشان داده‌ایم. در شکل (۴) می‌بینیم که روش‌های ووقفی برای هر دو طرح مدولاسیونی خیلی بهتر از حالت غیرووقفی عمل می‌کنند و بهبود عملکرد روش APM نیز نسبت به روش AP بیش‌تر از شکل (۲) است. به‌عنوان مثال به‌ازای $SNR = 30$ dB برای حالت غیر ووقفی، حالت‌های ووقفی AP، AM و APM به ترتیب بهره‌های طیفی ۰، ۲، ۲/۲۵ و ۲/۷ تحت PAM حاصل شده در حالی که این ارقام برای PSK برابر با ۰، ۱/۵، ۱/۶ و ۱/۷۵ هستند. در شکل (۴) می‌توان به دو نکته مهم

- Tutorials, vol. 16, no. 4, pp. 2231–2258, fourth quarter 2014.
- [2] S. Hranilovic, "Wireless Optical Communication Systems," Springer, 2006.
- [3] Z. Ghassemlooy, W. Popoola, and S. Rajbhandari, "Optical Wireless Communications: System and Channel Modelling with MATLAB. Boca Raton," FL, USA: CRC Press, 2013.
- [4] S. Arnon, J. Barry, G. Karagiannidis, R. Schober, and M. Uysal, "Advanced optical wireless communication systems," Cambridge university press, 2012.
- [5] C. Gong, Q. Gao, and Z. Xu, "Analysis and design of amplitude modulation for optical wireless communication with shot noise," in IEEE International Conference on Communications (ICC), Kuala Lumpur, pp. 1-6, 2016.
- [6] M. T. Dabiri, M. J. Saber, and S. M. S. Sadough, "BER Performance of OFDM-based Wireless Services over Radio-on-FSO Links in the Presence of Turbulence and Pointing Errors," in 8th International Symposium on Telecommunications (IST), IEEE, 2016.
- [7] W. O. Popoola and Z. Ghassemlooy, "BPSK Subcarrier Intensity Modulated Free-Space Optical Communications in Atmospheric Turbulence," Journal of Lightwave Technology, vol. 27, no. 8, pp. 967-973, April 15, 2009.
- [8] H. Dahrouj, A. Douik, F. Rayal, T. Y. Al-Naffouri, and M.-S. Alouini, "Cost-effective hybrid RF/FSO backhaul solution for next generation wireless systems," IEEE Wireless Communications, vol. 22, no. 5, pp. 98–104, 2015.
- [9] D. Schulz, V. Jungnickel, C. Alexakis, M. Schlosser, J. Hilt, A. Paraskevopoulos, L. Grobe, P. Farkas, and R. Freund, "Robust optical wireless link for the backhaul and fronthaul of small radio cells," Journal of Lightwave Technology, vol. 34, no. 6, pp. 1523–1532, 2016.
- [10] L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen, and M. A. Al-Habash, "Theory of optical scintillation," Journal of Optical Society of America A, Opt. Image Sci., vol. 16, no. 6, pp. 1417–1429, Jun. 1999.
- [11] I. Kim, H. Hakakha, P. Adhikari, E. Korevaar, and A. Majumdar, "Scintillation reduction using multiple transmitters," in Proc. SPIE, vol. 2990, pp. 102–113, Apr. 1997.
- [12] X. Zhu and J. Kahn, "Free-space optical communication through atmospheric turbulence channels," IEEE Trans. Commun., vol. 50, no. 8, pp. 1293–1300, Aug. 2002.
- [13] M. S. Salah, W. G. Cowley, and K. D. Nguyen, "Adaptive transmission schemes for FSO channel," in Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS), 2014 8th International Conference on. IEEE, pp. 1–7, 2014.
- [14] M.-A. Khalighi, N. Schwartz, N. Aitamer, and S. Bourenane, "Fading reduction by aperture averaging and spatial diversity in optical wireless systems," Journal of Optical Communications and Networking, vol. 1, no. 6, pp. 580–593, 2009.

با ۳ می‌باشد و برای مدولاسیون PSK حداکثر بهره به‌جای ۳، برابر با ۲/۵ می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که اعمال محدودیت بیشینه توان و احتمال قطع مشخص، عملکرد طیفی مدولاسیون PAM را کاهش می‌دهد به‌طوری که در شرایط تلاطمی قوی عملکرد طیفی مدولاسیون PAM به عملکرد طیفی PSK نزدیک می‌شود و حتی در شرایط خیلی بد عملکرد بدتری نسبت به PSK خواهد داشت. با این اوصاف می‌توان در شرایط تلاطمی قوی از مدولاسیون PSK تحت روش وفقی APM برای انتقال اطلاعات نوری از طریق جو استفاده کرد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای مقابله با محوشوندگی سیگنال در کانال نوری فضای آزاد، روش‌های تطبیق توان و/یا مرتبه مدولاسیون با در نظر گرفتن محدودیت‌های بیشینه/متوسط توان و احتمال قطع مطلوب تحت رژیم‌های تلاطمی ضعیف و قوی بررسی شده است. در حالت تطبیق همزمان توان و مرتبه مدولاسیون، مسئله وفقی مورد نظر به‌صورت یک مسئله بهینه‌سازی غیرمحدب بوده که با استفاده از شرایط KKT می‌توان جواب بهینه این مسئله را به‌دست آورد. همچنین، عملکرد روش‌های وفقی ارائه‌شده با روش‌های وفقی موجود (مانند روش تطبیق مدولاسیون AM) و روش غیروفقی از لحاظ بهره‌وری طیفی و احتمال قطع مقایسه شد و برتری روش‌های ارائه‌شده نسبت به روش‌های موجود تحت مقادیر مختلف پارامترها و محدودیت‌های عملیاتی اشاره شده در مقاله مورد بررسی قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که تطبیق همزمان توان و مرتبه مدولاسیون باعث بهبودی عملکرد نسبت به حالت‌های وفقی جداگانه می‌شود که با افزایش تلاطمات جوی بهبود بیشتری حاصل می‌شود. علاوه بر این، دیدیم که با افزایش تلاطمات جوی، عملکرد روش مدولاسیون وفقی از نظر احتمال قطع تنزل پیدا می‌کند و فقط برای SNR ‌های بالا احتمال قطع مطلوب حفظ می‌شود. همچنین مشاهده شد که محدودیت‌های بیشینه توان و احتمال قطع مطلوب با افزایش تلاطمات اتمسفری منجر به محدودیت مرتبه مدولاسیون بیشتری در PAM نسبت به PSK می‌شود به‌طوری که بهره‌وری طیفی PAM با افزایش شدت تلاطمات جوی به بهره‌وری طیفی PSK نزدیک می‌شود. لازم به‌ذکر است بهبود عملکرد حاصل شده منجر به افزایش حجم محاسباتی و کاهش سرعت همگرایی نسبت به روش‌های رقیب نمی‌شود.

۷- منابع

- [1] M. A. Khalighi and M. Uysal, "Survey on Free Space Optical Communication: A Communication Theory Perspective," IEEE Commun. Surveys &

$$\frac{\partial^2 SE(h)}{\partial h_j^2} = -f'(h_j), \quad j = 2, \dots, N \quad (۸۰)$$

از آنجایی که $f'(h_j)$ می‌تواند مثبت یا منفی باشد، لذا مشتق دوم هم می‌تواند مثبت یا منفی باشد، بنابراین، مسئله محدب نیست. برای حل مسئله بهینه‌سازی ۴ از شرایط KKT استفاده می‌کنیم [۲۶]، به طوری که مقادیری از λ و μ_i ها (ضرایب لاگرانژ) وجود دارند که عبارت $-SE(h) + \lambda(P_{av} - P_a) + \sum_{i=2}^N \mu_i(h_{i-1} - h_i)$ را بهینه می‌کنند. در این صورت باید روابط زیر برقرار باشند:

$$-\frac{\partial SE(h)}{\partial h_j} + \lambda \frac{\partial P_{av}(h)}{\partial h_j} + \mu_j - \mu_{j-1} = 0 \quad (۸۱)$$

$$\lambda(P_{av}(h) - P_a) = 0, \mu_i(h_{i-1} - h_i) = 0 \quad (۸۲)$$

$$\lambda \geq 0, \mu_i \geq 0 \quad (۸۳)$$

$$\epsilon = h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_N \quad (۸۴)$$

$$P_{av}(h) \leq P_a \quad (۸۵)$$

که در آن داریم: $i, j = 2, \dots, N$. با توجه به قیدهای (۸۴) و (۸۵) برای جواب چهار حالت ممکن وجود دارد.

حالت اول: هر دو قید (۸۴) و (۸۵) به صورت نامساوی باشند، یعنی داشته باشیم:

$$\begin{cases} P_{av}(h) < P_a \\ h_1 < h_2 < \dots < h_N \end{cases} \quad (۸۶)$$

در نتیجه با توجه به قید (۸۲) به ازای همه مقادیر i داریم: $\lambda = 0, \mu_i = 0$. بنابراین، خواهیم داشت: $f(h_j) = 0$ که نتیجه می‌دهد: $h_j \rightarrow \infty$. تحت این شرایط، با توجه به (۴۷) همواره کوچک‌ترین M یعنی M_1 در بهره‌وری طیفی نقش خواهد داشت و سایر M ها بی‌تاثیر خواهند بود و بهره‌وری طیفی به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$SE(\mathbf{h}) = \log_2 M_1 \int_{\epsilon}^{h_2} f(h) dh \quad (۸۷)$$

حالت دوم: فقط قید توان به صورت نامساوی برقرار باشد یعنی: $P_{av}(h) < P_a$. در این حالت با توجه به (۸۲) خواهیم داشت $\lambda = 0$. بنابراین، برای رابطه (۸۱) به دست می‌آید:

$$f(h_j) + \mu_j - \mu_{j-1} = 0 \quad (۸۸)$$

که رابطه (۸۸) به ازای همه j ها برقرار است. از طرفی می‌دانیم که $f(h_j)$ همواره مثبت است و براساس رابطه (۸۳) نیز، μ_j ها نامنفی هستند در نتیجه براساس رابطه (۸۸) به ازای همه j ها خواهیم داشت: $\mu_j \neq 0$ که از قید (۸۲) به دست می‌آید: $\epsilon = h_1 = h_2 = \dots = h_N$. در این حالت با توجه به (۴۷) فقط بزرگترین مرتبه مدولاسیون یعنی M_N در بهره‌وری طیفی نقش خواهد داشت و سایر M ها بی‌تاثیر خواهند بود. بنابراین، داریم:

$$SE(\mathbf{h}) = \log_2 M_N \int_{h_N}^{h_{N+1}} f(h) dh \quad (۸۹)$$

- [15] M. Safari and M. Uysal, "Relay-assisted free-space optical communication," IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 12, pp. 5441–5449, Dec. 2008.
- [16] Rakia, H. Yang, F. Gebali, and M. Alouini, "Power Adaptation Based on Truncated Channel Inversion for Hybrid FSO/RF Transmission with Adaptive Combining," IEEE Photonics Journal, vol. 7, no. 4, pp. 1–12, Aug. 2015.
- [17] M. T. Dabiri, M. J. Saber, and S. M. S. Sadough, "On the performance of multiplexing FSO MIMO links in log-normal fading with pointing errors," J. Opt. Commun. Netw., vol. 9, pp. 974–983, 2017.
- [18] B. K. Levitt, "Variable rate optical communication through the turbulent atmosphere," Technical Report 483, Massachusetts Institute of Technology, Research Laboratory of Electronics, Aug. 1971.
- [19] J. A. Anguita, M. A. Neifeld, B. Hildner, and B. Vasic, "Rateless coding on experimental temporally correlated fso channels," J. Lightwave Technol., vol. 28, no. 7, pp. 990–1002, Apr. 2010.
- [20] N. D. Chatzidiamantis, A. S. Lioumpas, G. K. Karagiannidis, and S. Arnon, "Adaptive Subcarrier PSK Intensity Modulation in Free Space Optical Systems," IEEE Trans. Commun., vol. 59, pp. 1368–1377, May 2011.
- [21] I. B. Djordjevic, "Adaptive Modulation and Coding for Free-Space Optical Channels," IEEE/OSA J. Optical Commun. Netw., vol. 2, no. 5, pp. 221–229, May 2010.
- [22] M. Karimi and M. Uysal, "Novel Adaptive Transmission Algorithms for Free-Space Optical Links," IEEE Trans. Commun., vol. 60, no. 12, pp. 3808–3815, Dec. 2012.
- [23] M. T. Dabiri, M. J. Saber, and S. M. S. Sadough, "Power Control and Adaptive Digital Pulse Interval Modulation for Free Space Optical Links," in 24th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), IEEE, pp. 184–187, 2016.
- [24] J. G. Proakis and M. Salehi, "Digital Communications," 5th edition, McGraw-Hill, 2008.
- [25] L. C. Andrews and R. L. Phillips, "Laser beam propagation through random media." SPIE press Bellingham, WA, vol. 1, 2005.
- [26] E. K. P. Chong and S. H. Zak, "An Introduction to Optimization," John Wiley and Sons, 2008.

پیوست الف: جواب مسئله بهینه‌سازی (۴۴)

برای حل مسئله بهینه‌سازی (۴۴)، لازم است ابتدا محدب یا غیرمحدب بودن آن را تعیین کنیم. به این منظور، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial SE(h)}{\partial h_j} &= -f(h_j) \log_2 M_j + f(h_j) \log_2 M_{j-1} \\ &= f(h_j) \log_2 \frac{2^{j-1}}{2^j} = -f(h_j) \end{aligned} \quad (۷۹)$$

$$\frac{\partial \operatorname{erf}^{-1}(x)}{\partial x} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \exp([\operatorname{erf}^{-1}(x)]^2) \quad (98)$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$S_M(M-1) = \sqrt{2\pi} P_{th} \left(\frac{(M-1)/\ln 2 - \log_2 M}{(M-1)} \right) \times \exp \left(\left[\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{P_{th} M \log_2 M}{(M-1)} - 1 \right) \right]^2 \right) \quad (99)$$

به راحتی می‌توان مشاهده کرد که سمت راست رابطه (۹۹) همواره مثبت است و لذا $B(M)$ صعودی و A_{M_n} نیز همواره مثبت است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت $P_{av}(\lambda)$ نسبت به λ تابعی نزولی است.

حالت چهارم: در این حالت، فرض می‌کنیم شرایط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} P_{av}(h) = P_a \\ h_n = h_{n+1}, \quad n \in \tilde{N}_1 \end{cases} \quad (100)$$

به بیان دیگر یعنی مجموعه \tilde{N}_1 و \tilde{N}_2 وجود دارد به طوری که:

$$\begin{cases} h_n = h_{n+1}, & n \in \tilde{N}_1 \\ h_n \neq h_{n+1}, & n \in \tilde{N}_2 \\ \tilde{N}_1 \cup \tilde{N}_2 = \{1, 2, \dots, N\} \end{cases} \quad (101)$$

با در نظر گرفتن یک مقدار به دلخواه کوچک برای ϵ_0 ، می‌توان مقادیر جدید h_n را که با h'_n نشان می‌دهیم به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} h'_n = h_n + n\epsilon_0, & n \in \tilde{N}_1 \\ h'_n = h_n, & n \in \tilde{N}_2 \end{cases} \quad (102)$$

با این تبدیل و با در نظر گرفتن مقدار بسیار کوچکی برای ϵ_0 ($\epsilon_0 \rightarrow 0$)، نتیجه می‌گیریم که برای تمامی n ها $h'_n \neq h'_{n+1}$ است و لذا طبق قید (۸۲) از شرایط KKT، به‌ازای همه مقادیر n داریم: $\mu_n = 0$. بنابراین، مرزهای ضرایب محوشوندگی به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$h'_n = \frac{\lambda \sigma_n}{2\rho} [S_{M_n}(M_n - 1) - S_{M_{n-1}}(M_{n-1} - 1)] = \begin{cases} h_n + n\epsilon_0, & n \in \tilde{N}_1 \\ h_n, & n \in \tilde{N}_2 \end{cases} \quad (103)$$

که با میل دادن $\epsilon_0 \rightarrow 0$ خواهیم داشت:

$$h_n = \frac{\lambda \sigma_n}{2\rho} [S_{M_n}(M_n - 1) - S_{M_{n-1}}(M_{n-1} - 1)] \quad (104)$$

که همان جواب حالت سوم است و λ را می‌توان به صورت مشابه حالت سوم به دست آورد.

حالت سوم: تنها قید توان به صورت تساوی باشد یعنی داشته باشیم:

$$\begin{cases} P_{av}(h) = P_a \\ h_1 < h_2 < \dots < h_{N+1} \end{cases} \quad (90)$$

در این حالت با توجه به (۸۲)، باید به‌ازای همه h ها داشته باشیم $\mu_j = 0$. بنابراین، (۸۱) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$f(h_j) + \lambda \left[\frac{S_{M_{j-1}} \sigma_n (M_{j-1} - 1)}{2\rho} - \frac{S_{M_j} \sigma_n (M_j - 1)}{2\rho} \right] \times \frac{f(h_j)}{h_j} = 0 \quad (91)$$

و با توجه به (۹۱) مقادیر h_j به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$h_j = \frac{\lambda \sigma_n}{2\rho} [S_{M_j}(M_j - 1) - S_{M_{j-1}}(M_{j-1} - 1)] \quad (92)$$

در رابطه (۹۲) تنها مجهول λ است که با جاگذاری h_j در (۴۸)، $P_{av}(h)$ بر حسب λ به دست می‌آید. در نهایت با فرض $P_{av}(\lambda) = P_a$ مقادیر λ محاسبه می‌شود که باید بررسی کنیم که به ازای یک P_a مشخص برای λ چند جواب به دست می‌آید. اگر تابع $P_{av}(\lambda)$ نسبت به λ یکنوا باشد می‌توانیم نتیجه بگیریم که به‌ازای یک P_a مشخص مقدار λ منحصر به فرد است. برای بررسی یکنوایی $P_{av}(\lambda)$ باید مشتق آن نسبت به λ تغییر علامت نداشته باشد یعنی:

$$\frac{\partial P_{av}(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{f(\lambda A_{M_n})}{\lambda} \quad (93)$$

$$\times \sum_{n=2}^N \frac{\sigma_n}{2\rho} [S_{M_{n-1}}(M_{n-1} - 1) - S_{M_n}(M_n - 1)]$$

که در آن داریم:

$$A_{M_n} = \frac{\sigma_n}{2\rho} [S_{M_n}(M_n - 1) - S_{M_{n-1}}(M_{n-1} - 1)] \quad (94)$$

$n = 2, \dots, N$

بنابراین، می‌توان رابطه (۹۳) را به صورت زیر ساده کرد:

$$\frac{\partial P_{av}(\lambda)}{\partial \lambda} = -A_{M_n} \sum_{n=2}^N \frac{f(\lambda A_{M_n})}{\lambda} \quad (95)$$

برای این که دریابیم (۹۵) با افزایش λ تغییر علامت می‌دهد یا خیر، باید یکنوایی $S_{M_n}(M_n - 1)$ بررسی شود. با تعریف $B(M) = S_M(M - 1)$ و مشتق‌گیری از $B(M)$ نسبت به M داریم:

$$\frac{\partial B(M)}{\partial M} = S_M + S'_M(M - 1) \quad (96)$$

از آنجایی که S_M همواره مثبت است، باید مثبت بودن $S'_M(M - 1)$ را بررسی کنیم. اگر رابطه (۲۰) را به صورت زیر بنویسیم:

$$S_M = 2\sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{P_{th} M \log_2 M}{(M-1)} - 1 \right) \quad (97)$$

بنابراین، مشتق معکوس تابع خطا نیز به صورت زیر است:

Performance Analysis of Free Space Optical Communication Links under M-PAM and M-PSK Modulations using Adaptive Power and Modulation Techniques

O. Mowlavi, M. Karimi, S. M. S. Sadough*

*Faculty of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

(Received: 17/01/2018, Accepted: 27/05/2018)

ABSTRACT

Threat assessment is one of the most important pillars of data fusion systems. In this paper, we use two Free space optical (FSO) links are affected by various factors such as misalignment, dispersion, absorption and fluctuations caused by atmospheric turbulences. Meanwhile, fluctuations caused by atmospheric turbulences occur even in a stable atmosphere. The atmospheric channels in FSO communications systems are quasi-static channels, in which the channel state information (CSI) remains constant for a long sequence of bits. Therefore, knowing the CSI at the transmitter, transmission parameters such as power and modulation order can be adapted to reduce the effects of atmospheric turbulences. In this paper, power and modulation order adaptation is investigated in FSO communication systems using PAM and PSK modulations under atmospheric turbulence. To this end, three adaptive schemes referred to as adaptive power (AP), adaptive modulation (AM), and simultaneous adaptive power and modulation (APM) are investigated. The proposed adaptive power and/or modulation schemes lead to non-convex problems in which the optimal solution is obtained by using the Lagrangian multipliers method. Finally, the performance of the proposed schemes is evaluated and analyzed in terms of spectral efficiency and outage probability through different numerical simulations.

Keywords: Free-Space Optical Communications (FSO), Atmospheric Turbulence, Adaptive Power And Modulation, Pulse Amplitude Modulation (PAM), Phase Shift Keying Modulation (PSK).