



Semi-Blind Separation of Multiple Synchronous Wideband Frequency Hopping Signals Using a Band-Limited Receiver and Space-Time-Frequency Distributions

Mohammadreza Motedayen^{ID}, Morteza Babaei^{ID}, Mohsen Rezaie^{ID}

*Assistant Professor, Imam Hossein Comprehensive University (AS), Tehran, Iran

(Received: 2023/08/08, Revised: 2023/10/29, Accepted: 2023/12/14, Published: 2024/01/18)

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23224347.1402.11.4.10.7>

ABSTRACT

Frequency hopping spread spectrum (FHSS) communications are used widely in military and commercial communications. Therefore, estimating the frequency hopping parameters of signals is of great importance. This article examines the problem of separating and estimating the parameters of multiple synchronous and time-interfering frequency hopping wideband signals using receivers with low bandwidth and low sampling rate. Due to minimal knowledge about the transmitted signals, the problem is analyzed in semi-blind mode. For this purpose, a hybrid method based on array processing is developed based on the modulated broadband converter (MWC) and processing in the time-frequency domain by considering the spatial information of the signal. The above method consists of two steps: the first step is receiving frequency hopping signals by uniform linear arrays (ULA) and passing through the MWC with minimal components. The next step, the joint diagonal (JD) method is applied to the space-time-frequency distributions (STFDs) of the MWC output data. This leads to the estimation of the separator matrix and finally to the separation of the signals and the extraction of the frequency hopping pattern. The combined MWC-STF-JD method is the idea used in solving the problem, where MWC features and processing in the STF domain are used simultaneously. The results of the estimation of the desired parameters, compared to other traditional methods of source separation such as Compressed Sensing (CS) analysis based on evaluation indices such as root mean square error (RMSE), have led to improved performance in lower signal-to-noise ratio (SNR). So that the amount of error in the range of SNR=4 dB reaches the minimum error faster by 6 dB. Among the other features of this method, it is possible to reduce the complexity of STFDs processing calculations because of the low sampling rate MWC and the possibility of implementing the design with minimal components.

Keywords: Semi-Blind Separation, Band-limited Receiver, Modulated Wideband Converter, Time-Frequency-Space Distributions, Wideband Frequency Hopping Signal.

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

Publisher: Imam Hussein University



*Corresponding Author Email: mbabaei@ihu.ac.ir

علمی - پژوهشی

جداسازی نیمه کور چند سیگنال پرش فرکانسی پهن باند سنکرون به وسیله گیرنده باند محدود و

توزیع‌های مکان - زمان - فرکانس

محمد رضا متدین^{*۱}، مرتضی بابائی^۲، محسن رضائی خیرآبادی^۳

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، ۲- استادیار، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران ۳- استادیار، پژوهشگاه ارتباطات و فناوری

اطلاعات، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۱۳، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۹/۲۷، پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲، انتشار: ۱۴۰۲/۱۰/۲۸)

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23224347.1402.11.4.1.8>

* این مقاله یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت شرایط و ضوابط مجوز Creative Commons Attribution (CC BY) توزیع شده است.

نویسندگان

ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع)

چکیده

ارتباطات طیف گسترده پرش فرکانسی (FHSS) به طور گسترده‌ای در ارتباطات نظامی و تجاری استفاده می‌شوند؛ لذا تخمین پارامترهای پرش فرکانسی سیگنال‌ها از اهمیت بالایی برخوردار هستند. این مقاله، مسئله جداسازی و تخمین پارامترهای چند سیگنال پهن باند پرش فرکانسی سنکرون و متداخل زمانی را با گیرنده‌هایی با پهنای باند کم و نرخ نمونه‌برداری پایین بررسی می‌کند. باتوجه به دانش حداقلی پیرامون سیگنال‌های ارسالی، مسئله در حالت نیمه کور تحلیل می‌گردد. برای این منظور، از روشی ترکیبی مبتنی بر پردازش آرایه‌ای توسعه یافته بر اساس مبدل پهن باند مدوله شده (MWC) و پردازش در حوزه زمان فرکانس با در نظر گرفتن اطلاعات مکانی سیگنال استفاده شده است. روش فوق شامل دو مرحله است: مرحله اول دریافت سیگنال‌های پرش فرکانسی توسط آرایه‌های خطی یکنواخت (ULA) و عبور از MWC با حداقل اجزاء و در مرحله دوم اعمال روش قطری مشترک (JD) بر توزیع‌های مکان زمان فرکانس (STFDs) داده‌های خروجی MWC که منجر به تخمین ماتریس جداکننده و در نهایت جداسازی سیگنال‌ها و استخراج الگوی پرش فرکانسی می‌گردد. روش ترکیبی MWC-STF-JD ایده بکار رفته در حل مسئله است به طوری که به طور هم‌زمان از ویژگی‌های MWC و تحلیل در حوزه STF استفاده می‌شود. نتایج حاصل از تخمین پارامترهای مورد نظر، در مقایسه با دیگر روش‌های متداول جداسازی منابع نظیر تحلیل حسگری فشرده (CS) بر اساس شاخص‌های ارزیابی نظیر مربع خطای جذر میانگین (RMSE)، منجر به بهبود عملکرد در نسبت سیگنال به نویز (SNR) پایین‌تر شده است به طوری که میزان خطا در محدوده SNR=4dB به میزان 6dB، سریع‌تر به حداقل خطا می‌رسد. از جمله ویژگی‌های دیگر این روش می‌توان به کاهش حجم محاسبات بخش پردازش STFDs به میزان نرخ نمونه‌برداری MWC و امکان پیاده‌سازی طرح با حداقل اجزاء اشاره نمود.

کلید واژه‌ها: جداسازی نیمه کور، گیرنده باند محدود، مبدل پهن باند مدوله شده، توزیع‌های مکان - زمان - فرکانس، سیگنال پرش فرکانسی پهن باند

۱- مقدمه

دارد [۳-۸] تشخیص پارامترهای سیگنال FH از اهمیت بالایی برخوردار است، زیرا از طریق آن می‌توان اطلاعات دشمن را به دقت به دست آورد و برای جلوگیری از انواع تداخل و ردیابی دشمن، رادیوی پرش فرکانسی طراحی کرد. ضمن این که شناسایی پارامترهای سیگنال FH مبنای مهمی برای دمودولاسیون سیگنال و کسب اطلاعات است [۹] با در نظر گرفتن این ویژگی‌ها، تخمین پارامترهای سیگنال FH چندگانه دشوار می‌گردد، به ویژه هنگامی که هیچ اطلاعات پیشینی در مورد

ارتباط پرش فرکانسی یکی از اصلی‌ترین نوع ارتباطات طیف گسترده است [۱] فرکانس‌های حامل سیگنال پرش فرکانسی تحت کنترل کد شبه تصادفی بوده و توسط آن طیف فرکانسی پخش می‌شود [۲] ارتباط پرش فرکانسی به خاطر ویژگی‌هایی نظیر: قابلیت اعتماد بالا، قابلیت ضد جمینگ، حساسیت پایین، قابلیت شبکه‌ای قوی^۱، کاربرد وسیعی در ارتباطات نظامی و غیرنظامی

*Corresponding Author E-mail: mbabaei@ihu.ac.ir

از جمله روش‌های متداول در تخمین کور پارامترهای سیگنال‌های FH ، تحلیل زمان فرکانس^۴ (TF) است که در مرحله اول از ابزارهای تحلیلی TF مانند، تبدیل فوریه زمان کوتاه^۵ ($STFT$)، اسپکتروگرام^۶ ($SPEC$)، توزیع ویگنرویل^۷ (WVD)، توزیع شبه‌تصادفی هموار شده ویگنرویل^۸ ($SPWVD$) و ... استفاده می‌کنند [۲۱-۱۸]. در این بین، در تخمین پارامترهای سیگنال روش‌های گوناگون بکار رفته است. از جمله، اعمال تبدیل TF بر روی سیگنال به همراه تعیین تعداد بخش‌بندی سیگنال و تعیین طول پنجره در هر کدام از سطرهای غیرصفر از داده TF [۲۲] اعمال تبدیل $STFT$ مرتبه کم و ذخیره‌سازی ضرب ماکزیمم-های دو دنباله از $STFT$ با دو پنجره مختلف، اعمال تبدیل $STFT$ و به‌کارگیری آنروپی [۲۳] تحلیل TF با اعمال WVD بهینه‌شده جهت تعیین گشتاورهای اول و دوم زمانی و توزیع B بهینه‌شده^۹ (MBD) جهت تخمین فرکانس لحظه‌ای [۲۴] می‌توان اشاره نمود. اما علاوه بر محدودیت‌های توزیع‌های TF نظیر ابهام، عملکرد ضعیف در سیگنال به نویزهای کم و ... اکثر این روش‌ها بیشتر به تخمین پارامترهای یک سیگنال پرش فرکانسی پرداخته‌اند.

از سوی دیگر، در حالت کلی روش‌های BSS از دو بخش تابع هزینه و روش بهینه‌سازی تشکیل شده است. هدف BSS جستجوی یک ماتریس جداکننده از طریق بهینه‌سازی تابع هزینه است؛ بنابراین، جداسازی در BSS اغلب از دو مرحله تشکیل شده است. مرحله اول تخمین ماتریس جداکننده است و مرحله دوم بازیابی سیگنال‌های منبع با استفاده از ماتریس جداکننده است [۲۵].

در این مقاله، به جداسازی نیمه‌کور چند سیگنال FH پهن باند سنکرون به‌وسیله گیرنده باند محدود و تحلیل $STFDs$ پرداخته شده است. روش ترکیبی $JD - STF - MWC$ نوآوری بکار رفته در حل مسئله است به طوری که به طور هم‌زمان از ویژگی‌های MWC و تحلیل در حوزه STF استفاده می‌شود. برای این منظور، در بخش ۲، به بررسی مدل سیگنال برای N سیگنال دریافتی توسط ULA پرداخته می‌شود. در بخش ۳، روابط ریاضی حاکم بر روش پیشنهادی، شامل تلفیق ساختار ULA بر اساس MWC و تحلیل در حوزه STF معین می‌شوند. در این بخش، با پیشینه‌یابی معیار JD ، ماتریس جداکننده‌ای تخمین زده می‌شود که به کمک آن می‌توان مطابق با روش‌های متداول BSS ، سیگنال‌های FH محیطی را بازیابی و پارامتر موردنظر هر سیگنال را تفکیک نمود. در بخش ۴، نتایج حاصل از شبیه‌سازی روش پیشنهادی، مورد

الگوهای پرش وجود نداشته باشد. به‌طور کلی، تخمین پارامترهای سیگنال‌های FH اغلب شامل مرتب‌سازی و شناسایی سیگنال-های مکانی احتمالی متعلق به شبکه‌های مختلف پرش فرکانسی می‌شود [۱۰].

برای گیرنده در ارتباطات همکار، سیگنال FH ارسالی شناخته‌شده است [۱۱] در ارتباطات غیر همکار، گیرنده معمولاً مخلوطی از سیگنال‌های FH را به طور هم‌زمان شنود می‌کند؛ لذا باهدف تداخل در ایستگاه‌های FH یا به‌دست‌آوردن اطلاعات موجود در هر سیگنال FH ، سیگنال موردنظر باید از سیگنال‌های مخلوط جدا شود. این حالت شبیه به مدل جداسازی منبع کور^۱ (BSS) است، بنابراین می‌توان از BSS برای حل مسئله جداسازی سیگنال‌های FH درهم‌آمیخته شده زمانی استفاده کرد [۱۲] در همین راستا، با در نظر گرفتن برخی از اطلاعات منابع نظیر معلوم بودن تعداد منابع محیطی، مسئله BSS در حالت نیمه‌کور مطرح می‌گردد.

از سوی، ساختار MWC به‌خاطر ویژگی‌هایی نظیر انعطاف‌پذیری، نمونه‌برداری زیر شرط نایکوئیست [۱۳]، پیاده‌سازی آسان و ... به طور گسترده‌ای در رادار شناختی [۱۴]، تخمین جهت ورود [۱۵] و شناسایی سیگنال‌های FH سیستم طیف گسترده [۱۶] استفاده می‌شود. البته در بسیاری از مقالات از آن جهت اعمال روش‌های CS نام می‌برند؛ اما ساختار MWC در قالب روش CS دارای معایب متعددی است. از جمله این معایب، می‌توان به ایجاد محدودیت شرط تنگی بر روی سیگنال‌های ورودی، تحلیل مسئله تنها در حالت نامعین^۲، افزایش تعداد شاخه‌های MWC ، عملکرد ضعیف با کاهش SNR و ... اشاره نمود. در روشی از ساختار MWC بر اساس کانال‌سازی و تشخیص انرژی استفاده شده است؛ اما بر روی یک سیگنال متمرکز شده و فاقد اطلاعات زمانی است [۱۷]. در یک تحلیل فرکانسی بر اساس MWC با برنامه‌نویسی پویا^۳ (DP)، با فرض این‌که پرش‌های منبع دارای قدرت مشابه‌اند، طی دو مرحله به ردیابی و مرتب‌سازی سیگنال‌های FH پهن باند پرداخته است؛ اما مقاله تنها دارای تحلیل زمانی بوده و فاقد اطلاعات زمانی فرکانسی به طور هم‌زمان است. از سوی دیگر عملکرد باثبات بخش DP به‌ازای نسبت سیگنال به نویزهای بالای 9 dB است که یک سازگاری ضعیف از SNR را نشان می‌دهد [۱۶]. در مقاله‌ای دیگر، با استفاده از پردازش آرایه‌ای به دنبال تخمین جهت ورود سیگنال و جداسازی سیگنال‌های FH بر اساس تحلیل توزیع STF و اعمال روش JD تحقیقی نموده‌اند. اما این روش دارای محدودیت‌های پردازش آرایه‌ای و محدودیت‌های منابع نزدیک است [۹].

4 - Time Frequency

5 - Short Time Fourier Transform

6 - Spectrogram

7 - Wigner-Ville Distribution

8 - Smoothed Pseudo Wigner-Ville Distribution

9 - Modified B-Distribution

1 - Blind Source Separation

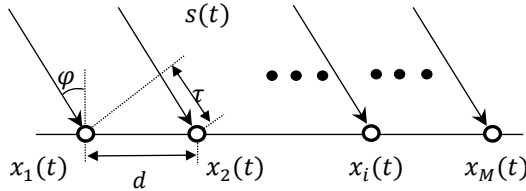
2 - Underdetermined

3 - Dynamic Programming

$$s_n(t) = a_n(t)e^{j(2\pi f_n(t)t + \varphi_n(t))}, 0 < t \leq T \quad (3)$$

در این حالت مطابق شکل (۲)، سیگنال‌های دریافتی به i امین آرایه ULA برابرند با [۳۹]:

$$x_i(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t + \tau_{i,n}) + n_i(t), \quad i = 1, \dots, M \quad (4)$$



شکل (۲): دریافت N سیگنال FH توسط هر یک از آرایه‌های ULA در اینجا، $n_i(t)$ سیگنال نویز گوسی اضافه‌شونده (با میانگین صفر و واریانس σ^2) است و $\tau_{i,n}$ تأخیر زمانی n امین سیگنال رسیده به i امین آرایه ULA است که برابر است با:

$$\tau_{i,n} = \frac{(i-1)d \sin(\varphi_n)}{c} \quad i = 1, \dots, M, n = 1, \dots, N \quad (5)$$

در اینجا، $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ سرعت نور، d فاصله بین آرایه‌ها و φ_n زاویه ورود n امین سیگنال FH است.

در رابطه (۳)، سیگنال‌های FH باندباریک و بدون تغییر دامنه، فرکانس و فاز در زمان‌های $\tau_{i,n}$ در نظر گرفته می‌شوند. در این صورت، تقریب‌های زیر متصور است [۳۰]:

$$\begin{aligned} a_n(t - \tau_{i,n}) &\approx a_n(t) \\ f_n(t - \tau_{i,n}) &\approx f_n(t) \\ \varphi_n(t - \tau_{i,n}) &\approx \varphi_n(t) \end{aligned} \quad (6)$$

در این حالت، سیگنال‌های تقریبی دریافتی به i امین آرایه ULA برابر می‌شوند با [۳۰] [۳۸]:

$$x_i(t) \approx \sum_{n=1}^N s_n(t) e^{j2\pi f_n(t + \tau_{i,n})} + n_i(t) \quad (7)$$

نمایش برداری رابطه (۷) را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t), \quad 0 < t \leq T \quad (8)$$

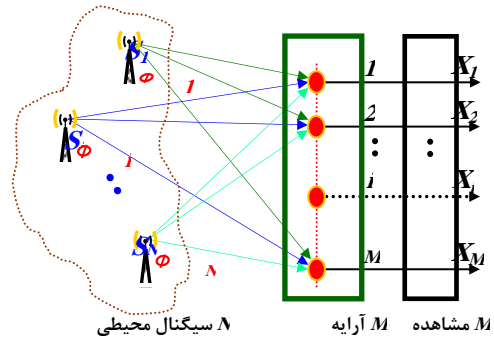
در اینجا، $\mathbf{X}(t) \in \mathbb{C}^M$ بردار مشاهده، $\mathbf{S}(t) \in \mathbb{C}^N$ بردار سیگنال، $\mathbf{N}(t) \in \mathbb{C}^M$ بردار نویز و $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ماتریس مخلوط و مجهول است. در فرآیند BSS مطابق با روش‌های متداول، به دنبال تخمین ماتریس \mathbf{A} می‌باشند که در بخش ۳-۲ تعیین می‌گردد.

از سویی، باتوجه به M آرایه ULA و تعداد N سیگنال محیطی، مدل سیستم را می‌توان به دودسته طبقه‌بندی کرد [۲۵]

ارزیابی قرار می‌گیرند. در نهایت، در بخش ۵، نتیجه‌گیری حاصل از انجام پژوهش بیان شده است.

۲. مدل سیگنال

مطابق شکل (۱)، فرض کنید مجموعه‌ای از N سیگنال پرش فرکانسی $\{s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)\}$ ، متغیربازمان، غیرایستا، تولیدشده توسط منابع ثابت و مستقر در میدان دور، توسط M آرایه ULA دریافت گردند.



شکل (۱) دریافت N سیگنال پرش فرکانسی محیطی توسط یک ULA با M آرایه

سیگنال‌ها غیرهمبسته فرض می‌گردند. یعنی:

$$E\{s_i(t)s_j^*(t)\} = 0 \quad i \neq j \quad (9)$$

که در آن $E\{\cdot\}$ عملگر امیدریاضی است.

همچنین، با در نظر گرفتن فرکانس‌های حامل $\{f_{n,1}, \dots, f_{n,R}\} \in \mathbb{R}$ n امین سیگنال FH را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود [۳۸]:

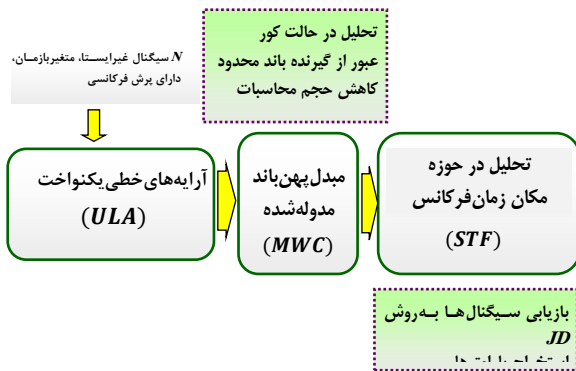
$$s_n(t) = a_n(t) \sum_{r=1}^R e^{j(2\pi f_{n,r}t + \varphi_{n,r})} \text{rect}\left(\frac{t - (r-1)T_h}{T_h}\right) \quad (10)$$

در اینجا، $a_n(t)$ پوش مختلط باند پایه سیگنال $s_n(t)$ ، $\varphi_{n,r}$ فاز اولیه r امین پرش از n امین سیگنال $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ مدت زمان اقامت فرکانسی در محدوده زمانی $[t_{r-1}, t_r]$ ، R تعداد پرش‌های فرکانسی سیگنال $s_n(t)$ و $\text{rect}(\cdot)$ تابع مربعی است که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & t \in [(r-1)T_h, rT_h] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

در رابطه (۲)، $f_{n,r}$ یک متغیر شبه تصادفی است که در هر لحظه در سیگنال $s_n(t)$ ، یکی از مقادیر مجموعه $\{f_{n,1}, \dots, f_{n,R}\}$ می‌باشد.

از سویی، نمایش شکل تحلیلی سیگنال $s_n(t)$ در مدت زمان مشاهده T برابر است با [۳]، [۱۶]، [۳۰]، [۳۸]:



شکل (۳) بلوک دیاگرام کلی فرآیند BSS برای چند سیگنال FH به وسیله گیرنده باند محدود و تحلیل در حوزه STF

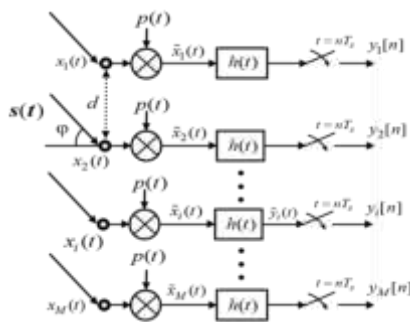
۳-۱. ULA بر اساس MWC

در این پژوهش، از ساختار ULA مبتنی بر MWC به عنوان گیرنده دیجیتال پهن باند [۳۵] استفاده شده است. برخی از ویژگی‌های این گیرنده عبارت‌اند از:

- ۱- دریافت و تحلیل چند سیگنال FH در باند پایه
- ۲- بهبود عملکرد در SNR پایین‌تر نسبت به MWC
- ۳- نمونه‌برداری گسسته در باند پایه و زیرشرط نایکوئیست
- ۴- پیاده‌سازی ساده‌تر نسبت به MWC

روابط پایه ساختار MWC در پیوست (الف) آورده شده است و بر اساس آن، روابط ساختار ULA مبتنی بر MWC، تغییر یافته است. برای این منظور، مطابق شکل (۴)، فرض کنید مجموعه‌ای از N سیگنال پخش فرکانسی $\{s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)\}$ به هر یک از M آرایه ULA با جهت ورود سیگنال φ بتابند [۱۵]، [۳۴]. مطابق با رابطه (۷)، تبدیل فوری سیگنال‌های تقریبی دریافتی i امین آرایه (در حالت بدون نویز) برابر است با [۳۹]:

$$X_i(f) = \sum_{n=1}^N S_n(f - f_n) e^{j2\pi f_n \tau_{in}} \quad (9)$$



شکل (۴) ساختار ULA بر اساس MWC با M آرایه، بافاصله d بین دو آرایه مجاور

که در آن، τ_{in} تأخیر زمانی n امین سیگنال از i امین آرایه است. از سویی، تبدیل فوری دنباله متناوب $p(t)$ برابر است با:

- اگر $M = N$: مدل سیستم معین
- اگر $M \neq N$: مدل سیستم نامعین

در این تحقیق، تعداد آرایه‌های ULA با تعداد سیگنال‌های محیطی برابر فرض شده و لذا مدل سیستم در حالت معین بررسی می‌گردد.

۳. روش پیشنهادی

در این مقاله، روشی جهت جداسازی نیمه کور چند سیگنال FH پهن باند سنکرون، در گیرنده باند محدود و با کمک تحلیل در حوزه STF پیشنهاد شده است به طوری که، از ساختار ULA به دلیل بهبود SNR و امکان میانگین‌گیری از نویز استفاده شده است [۴۱]. ساختار MWC نیز به دلیل نمونه‌برداری زیر شرط نایکوئیست مورد استفاده قرار گرفته است [۱۳]. در همین راستا، ساختار ULA بر اساس MWC به دلیل بهبود SNR و امکان پیاده‌سازی ساده‌تر نسبت به MWC بکار رفته است [۱۵] [۲۸]. همچنین از روش JD در حوزه STF به جهت تخمین ماتریس جداکننده و در نهایت بازیابی سیگنال‌ها مورد استفاده قرار گرفته است [۲۹] [۴۰].

برخی از ویژگی‌های روش پیشنهادی $MWC - STF - JD$ در فرآیند BSS عبارت‌اند از:

- ۱- قابلیت پردازش سیگنال در باند پایه [۳۶] و نمونه‌برداری زیر شرط نایکوئیست [۱۳] [۲۸]
- ۲- عملکرد در SNR پایین‌تر نسبت به روش‌های متداول،
- ۳- کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش سرعت پردازش محاسبات در بخش تحلیل در حوزه STF متناسب با طول داده‌های خروجی MWC.

شکل (۳)، مراحل کلی نحوه جداسازی سیگنال‌های FH پیشنهاد شده در مقاله را نشان می‌دهد. ایده اصلی پژوهش فوق، قرار گرفتن MWC بین ULA و بخش پردازشی STFDs است. این ایده علاوه بر قابلیت پردازش سیگنال پهن باند در باند پایه و کاهش محدودیت‌ها و پیچیدگی‌های روش‌های متداول، منجر به بازیابی سیگنال‌های FH در بخش تحلیل در حوزه STF می‌گردد. به طور خلاصه، برای حل مسئله BSS، روش $MWC - STF - JD$ شامل دو مرحله است:

- (۱) عبور سیگنال‌ها از ULA بر اساس MWC
- (۲) اعمال روش JD در حوزه STF در بازیابی سیگنال‌ها در ادامه، روش پیشنهادی به تفصیل ارائه می‌گردد.

$$\begin{aligned}
 Y_i(f) &= \tilde{Y}_i(f) * \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - m \frac{1}{T_s}\right) \\
 &= \left(\sum_{n=1}^N \tilde{S}_n(f) e^{j2\pi f n \tau_{i,n}} \right) * \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - m \frac{1}{T_s}\right) \\
 &= \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{S}_n\left(f - m \frac{1}{T_s}\right) \right) e^{j2\pi f n \tau_{i,n}} \\
 &= \sum_{n=1}^N \hat{S}_n(f) e^{j2\pi f n \tau_{i,n}}, \quad f \in \mathcal{F}_s
 \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن،

$$\hat{S}_n(f) \triangleq \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{S}_n\left(f - m \frac{1}{T_s}\right), \quad f \in \mathcal{F}_s \quad (16)$$

مطابق با رابطه (۱۶)، عمل نمونه‌برداری در حوالی فرکانس قطع باند پایه در محدوده فرکانسی $f \in \mathcal{F}_s$ صورت می‌پذیرد.

از سویی، تبدیل فوریه‌ی زمان گسسته^۱ ($DTFT$) شاخه i ام را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$Y_i(e^{j2\pi f T_s}) = \sum_{n=1}^N \hat{S}_n(e^{j2\pi f T_s}) e^{j2\pi f n \tau_{i,n}} \quad (17)$$

که در آن، $\hat{S}_n(e^{j2\pi f T_s}) = DTFT\{\hat{s}[n]\}$ است. فرم ماتریسی رابطه (۱۷) برابر است با:

$$Y(f) = \mathbf{A} \hat{S}(f), \quad f \in \mathcal{F}_s \quad (18)$$

که در آن، $\hat{S}_n(f) = \hat{S}_n(e^{j2\pi f T_s})$ ، $Y_i(f) = Y_i(e^{j2\pi f T_s})$ و ماتریس \mathbf{A} برابر است با:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} e^{j2\pi f_1 \tau_{1,1}} & \dots & e^{j2\pi f_N \tau_{1,N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j2\pi f_1 \tau_{M,1}} & \dots & e^{j2\pi f_N \tau_{M,N}} \end{pmatrix}_{M \times N}$$

به‌ازای $\hat{s}(n) = DTFT^{-1}\{\hat{S}_n(f)\}$ ، خروجی گسسته MWC در حوزه زمان برابر است با:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{A} \hat{s}(n), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (19)$$

که در آن، $\mathbf{y}(n) \in \mathbb{C}^M$ بردار مشاهده در خروجی MWC و ماتریس $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ مجهول است. لازم به ذکر است که طول بردار $\mathbf{y}(n)$ متناسب با نرخ نمونه‌برداری f_s کاهش می‌یابد. این امر منجر به کاهش حجم محاسبات در مرحله بعد و افزایش سرعت پردازش می‌گردد.

۳-۲. تحلیل در حوزه STF در بازیابی سیگنال‌ها

در این مقاله، به‌کارگیری روش تحلیلی JD در حوزه STF به‌منظور بازیابی سیگنال‌های FH و متعاقب آن تخمین پارامترهای سیگنال‌های تفکیک‌شده پیشنهاد شده است. از جمله ویژگی‌هایی که تحلیل در حوزه STF را نسبت به روش‌های

$$\begin{aligned}
 P(f) &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} b_l \delta(f - l f_p) \\
 &= \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_l \delta(f - l f_p), \quad f \in \mathcal{F}
 \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن، b_l ضرایب سری فوریه $p(t)$ ، $L, L_0 = 0.5(L-1)$ ، تعداد کل کانال‌ها در محدوده فرکانسی $\mathcal{F} \triangleq [-f_{nyq}/2, f_{nyq}/2]$ سیگنال‌ها است. مطابق شکل (۴)، در صورتی که دنباله شبه‌تصادفی برای $p(t)$ کلیه شاخه‌ها یکسان و سنکرون فرض گردد، پاسخ فرکانسی در شاخه i ام و قبل از نمونه‌گیر برابر است با:

$$\begin{aligned}
 \tilde{Y}_i(f) &= H(f) \times \{X_i(f) * P(f)\} \\
 &= H(f) \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_l X_i(f - l f_p)
 \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن، * علامت کانولوشن، b_l ضرایب سری فوریه $p(t)$ ، \mathcal{F}_p در محدوده فرکانسی $\mathcal{F}_p \triangleq [-f_p/2, f_p/2]$ و $T_p = 1/f_p$ دوره تناوب $p(t)$ است. فیلتر $H(f)$ دارای اندازه یک و فاز صفر بوده و تنها فرکانس‌های در محدوده \mathcal{F}_p را از خود عبور می‌دهد. بنابراین

$$\tilde{Y}_i(f) = \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_l X_i(f - l f_p), \quad f \in \mathcal{F}_p \quad (12)$$

با قراردادن رابطه (۹) در (۱۲)

$$\begin{aligned}
 \tilde{Y}_i(f) &= \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_l \sum_{n=1}^N S_n(f - f_n - l f_p) e^{j2\pi f n \tau_{i,n}} \\
 &= \sum_{n=1}^N \tilde{S}_n(f) e^{j2\pi f n \tau_{i,n}}
 \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن،

$$\tilde{S}_n(f) \triangleq \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_l S_n(f - f_n - l f_p), \quad f \in \mathcal{F}_p \quad (14)$$

مطابق با رابطه (۱۴)، تفاوت طیف سیگنال‌ها در خروجی فیلتر در هر آرایه، تنها در مقدار تأخیر زمانی $\tau_{i,n}$ آنهاست.

با نمونه‌برداری یکنواخت $f_s = 1/T_s$ از خروجی فیلتر باند پایه در محدوده فرکانسی $\mathcal{F}_s \triangleq [-f_s/2, f_s/2]$ و $f_s \geq f_p$ خواهیم داشت:

البته برای یک انتخاب مناسب، بایستی شرط زیر برقرار گردد:

$$\text{Trace}(\underline{\rho}_{y,y}^c(n.k)) \approx 0 \quad (21)$$

رابطه (۲۱) بیان می‌دارد که جهت انتخاب صحیح نقاط $(n.k)$ با انرژی بالا، بایستی مجموع مؤلفه‌های قطر اصلی کلیه ماتریس‌های $\underline{\rho}_{y,y}^c(n.k)$ از $STFDs$ تقریباً برابر با صفر باشد.

به طور مثال، برای $MM=3$ آرایه، $M^2=9$ ماتریس $\underline{\rho}_{y,y}(n.k)$ ایجاد می‌گردد که ۶ ماتریس آن جزء ماتریس‌های متقاطع خواهند بود. با فرض این که ابعاد هر ماتریس $\underline{\rho}_{y,y}(n.k)$ 990×990 باشد، رابطه (۲۱) بیان می‌دارد که مجموع مؤلفه‌های قطر اصلی تک تک این ماتریس‌های $\underline{\rho}_{y,y}(n.k)$ ، بایستی تقریباً برابر صفر باشد تا بتوان نقاط با انرژی بالا در صفحه $T-F$ را صحیح انتخاب نمود. بعد از برقراری رابطه (۲۱)، با در نظر گرفتن واریانس نویز σ^2 و سطح آستانه معلوم ϵ ، با اعمال آزمایش به شرح زیر نقاط با اهمیت و دارای انرژی بیشتر از سطح آستانه تفکیک می‌گردند [۲۹]:

$$\text{Trace}(\underline{\rho}_{y,y}(n.k)) / \text{norm}(\underline{\rho}_{y,y}(n.k)) > \epsilon \quad (22)$$

عبور از سطح آستانه می‌تواند به روش‌های مختلف پیاده‌سازی گردد. با انجام این آزمایش، مجموعه نقاط $\{(n_i, k_i) | i = 1, \dots, P\}$ از کلیه ماتریس‌های $\underline{\rho}_{y,y}(n.k)$ انتخاب می‌گردند. در حوزه STF با در دست داشتن این نقاط، به روش‌های گوناگون نظیر میانگین‌گیری ساده از توزیع‌های $\underline{\rho}_{y,y}^a(n.k)$ و یا رویکرد JD و ... می‌توان به جای یک نقطه از ترکیب چند نقطه $(n.k)$ در بازیابی سیگنال‌ها بهره‌مند شد.

به طور مثال، در مثال قبل، برای ۹ ماتریس $\underline{\rho}_{y,y}(n.k)$ با ابعاد 990×990 تعداد $2(990)$ نقطه $(n.k)$ وجود دارد. با قراردادن هر نقطه از این نقاط در رابطه (۱۹)، یک ماتریس 3×3 نظیر $\underline{\rho}_{y,y}(n_i, k_i)$ ایجاد می‌گردد که مطابق با رابطه (۲۲)، مجموع مؤلفه‌های روی قطر اصلی آن تقسیم بر نرم همان ماتریس $\underline{\rho}_{y,y}(n_i, k_i)$ ، یک عدد می‌شود. در صورتی که برای $2(990)$ نقطه $(n.k)$ این عمل را انجام دهیم، نتیجه آن یک ماتریس با ابعاد 990×990 با نام $Tr(n.k)$ به دست می‌آید. حال اگر هر کدام از این نقاط از مقدار سطح آستانه ϵ بیشتر باشد، جزء نقاط با انرژی بالا محسوب می‌گردد. با انجام این آزمایش P نقطه احصاء می‌گردد. به طور مثال در یک آزمایش برای $2(990)$ نقطه $(n.k)$ ، $P = 4000$ به دست آمد. لازم به ذکر است که انتخاب مقدار سطح آستانه ϵ با روش‌های مختلف قابل حصول است. یکی از این روش‌ها می‌تواند، میانگین‌گیری از ماتریس $Tr(n.k)$ ، پیشنهاد گردد.

متداول متمایز می‌کند، می‌توان به به کارگیری چندین نقطه $(n.k)$ از توزیع‌های متعدد STF به جای یک نقطه جهت تفکیک فضای سیگنال از فضای نویز و کاهش تأثیر مقادیر ویژه منحنی^۱ اشاره نمود.

مفهوم $STFDs$ و روابط پایه آن در بخش پیوست (ب) آورده شده است و بر اساس آن روش JD در تخمین ماتریس جداکننده جهت بازیابی سیگنال‌ها مورداستفاده قرار گرفته است.

به طور خلاصه، مراحل اصلی تحلیل در حوزه STF عبارت‌اند از:

۱- انتخاب نقاط $(n.k)$ با انرژی بالا در صفحه $T-F$

۲- تخمین ماتریس جداکننده با اعمال روش JD

۳-۲-۱. توزیع‌های STF

نمایش $STFDs$ بردار $y(n)$ مشاهده سفیدشده در خروجی MWC مطابق با روابط (ب.۷) و (ب.۱۱) از بخش پیوست (ب)، را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\underline{\rho}_{y,y}(n.k) = \begin{pmatrix} \underline{\rho}_{y_1, y_1}(n.k) & \dots & \underline{\rho}_{y_1, y_M}(n.k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{\rho}_{y_M, y_1}(n.k) & \dots & \underline{\rho}_{y_M, y_M}(n.k) \end{pmatrix} \quad (20)$$

که در آن، توزیع‌های واقع بر قطر اصلی، به عنوان $TFDs$ مؤلفه‌های خودی^۲ ($auto-TFDs$) معرفی می‌شوند و به صورت $\underline{\rho}_{y,y}^a(n.k)$ نمایش داده می‌شوند. به طور مشابه، توزیع‌های خارج از قطر اصلی، به عنوان $TFDs$ مؤلفه‌های متقاطع^۳ ($cross-TFDs$) نامیده می‌شوند و به صورت $\underline{\rho}_{y,y}^c(n.k)$ نمایش داده می‌شوند.

در روش‌های متداول در مسئله BSS ، توزیع‌های $\underline{\rho}_{y,y}^c(n.k)$ هیچ نقشی ندارند اما در این روش، کلیه توزیع‌های $\underline{\rho}_{y,y}(n.k)$ در بازیابی سیگنال‌ها نقش آفرینی می‌کنند به طوری که مطابق با رابطه (۱۹) برای M آرایه، M^2 طیف جهت تحلیل بردار $y(n)$ ، بکار می‌روند. هرچند که در این روش حجم محاسبات افزایش می‌یابد اما با انجام تدابیری از جمله بکارگیری ساختار MWC و یا میانگین‌گیری از توزیع‌های $\underline{\rho}_{y,y}^a(n.k)$ در روند تحلیل از میزان حجم محاسبات کاسته می‌شود.

۳-۲-۲. انتخاب نقاط $(n.k)$ با انرژی بالا

از جمله مراحل مهم مسئله BSS ، استخراج ویژگی‌های سیگنال است. یکی از این ویژگی‌ها انتخاب نقاط $(n.k)$ با انرژی بالا در صفحه $T-F$ می‌باشد. این نقاط حاوی اطلاعات زمان فرکانس سیگنال‌ها هستند. انتخاب صحیح این نقاط اساس کار در بازیابی سیگنال‌ها می‌باشد. لذا از کلیه توزیع‌های $\underline{\rho}_{y,y}(n.k)$ جهت انتخاب صحیح نقاط با انرژی بالا استفاده می‌گردد.

1 - degenerate eigenvalues

2 - Auto-terms-TFDs

3 - Cross-terms-TFDs

بر اساس تحلیل طیفی، چگالی طیفی سیگنال $\hat{s}(n)$ در n امین پنجره زمانی برابر با [۳۷]:

$$P(n, k) = \frac{|Spec_{\hat{s}}(n, k)|}{\sum_{k=0}^{N-1} |Spec_{\hat{s}}(n, k)|} \quad (25)$$

که در آن، $\sum P(n, k) = 1$ ، $0 \leq P(n, k) < 1$ به‌ازای $k = 1, \dots, N$ است. مطابق با تعریف آنتروپی اطلاعات شانون، آنتروپی طیفی سیگنال $\hat{s}(n)$ در n امین پنجره زمانی به‌صورت رابطه (۲۶) تعریف می‌شود:

$$H_{\hat{s}}(n) = - \sum_{k=1}^N P(n, k) \log P(n, k)$$

که در آن، $n = 1, \dots, \left[\frac{L-N}{\Delta L} \right] + 1$ ، L طول سیگنال $\hat{s}(n)$ و ΔL طول اسلاید است. پس از محاسبه آنتروپی طیفی در هر لحظه از سیگنال، می‌توان منحنی آنتروپی طیفی سیگنال را ترسیم کرد. به کمک منحنی آنتروپی طیفی $H_{\hat{s}}(n)$ ، با استخراج تعداد پیک‌ها در هر لحظه زمانی، مجموعه‌ای از لحظات پرش فرکانسی $\{t_h\}$ سیگنال‌ها قابل احصاء است [۳۰].

۳-۲-۵. پیچیدگی محاسباتی

در این پژوهش، با در نظر گرفتن توزیع WV ، با هسته تأخیر زمان $G(t, \tau) = g_1(t) \cdot g_2(\tau)$ ، تعداد محاسبات مورد نیاز برای اجرای روش پیشنهادی بر حسب تعداد ضرب، در سه بخش مشروحه زیر قابل محاسبه است:

الف) بخش ULA بر اساس MWC

(۱) حاصل ضرب دنباله $p_i(t)$ در سیگنال ورودی $x(t)$ نیاز به N ضرب دارد.

(۲) کانولوشن زمانی فیلتر $h(t)$ با $\tilde{x}_i(t)$ ، نیاز به NN_h ضرب دارد.

(۳) حاصل نمونه‌برداری از خروجی فیلتر $h(t)$ ، نیاز به N_d ضرب دارد.

در این بخش $O(M(N + NN_h + N_d))$ پیچیدگی محاسباتی بخش ULA بر اساس MWC است. در عبارت فوق، N طول سیگنال، N_h طول فیلتر، N_d طول نمونه‌بردار و M تعداد المان‌های آرایه است.

ب) بخش توزیع‌های STF

(۱) حاصل دوخطی، نیاز به $N_y N_\tau$ ضرب دارد.

(۲) حاصل ضرب دوخطی و پنجره $g_2(\tau)$ ، نیاز به $N_y N_\tau$ ضرب دارد.

(۳) حاصل کانولوشن زمانی با $g_1(t)$ ، نیاز به $N_{sm} N_y N_\tau$ ضرب دارد.

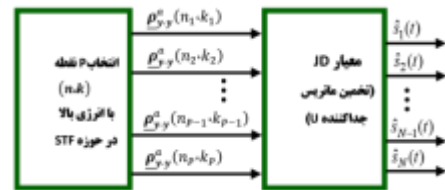
(۴) تبدیل فوریه از τ در $G(t, \tau)$ ، نیاز به $0.5 N_y N_{2\tau} \log_2^{N_{2\tau}}$ ضرب دارد.

بنابراین، عبارت $O(N_y(2N_\tau + N_{sm} N_\tau + 0.5 N_{2\tau} \log_2^{N_{2\tau}}))$ پیچیدگی محاسباتی بخش توزیع‌های STF در اجرای روش پیشنهادی است. در عبارت فوق، N_y طول سیگنال خروجی MWC ،

در این مرحله، بعد از تعیین توزیع‌های $\rho_{y,y}^a(n, k)$ بردار $y(n)$ خروجی MWC و احصاء P نقطه با انرژی بالا، به‌دنبال تخمین ماتریس جداکننده‌ای به‌نام ماتریس U به کمک روش JD هستیم.

۳-۲-۳. بازیابی سیگنال‌ها به کمک روش JD

همان‌طور که در بخش مقدمه اشاره شد، انجام فرآیند BSS شامل دو بخش اصلی ایجاد تابع هزینه و بهینه‌سازی متغیر مورد نظر می‌باشد [۲۵]. در این راستا مطابق شکل (۵)، از معیار JD در حوزه STF به‌عنوان تابع هزینه استفاده شده است.



شکل (۵) جداسازی سیگنال‌های FH به کمک معیار JD

مطابق شکل، با قراردادن P نقطه انرژی بالا در توزیع‌های $\rho_{y,y}^a(n, k)$ مجموعه‌ای از P ماتریس ایجاد می‌گردد.

طبق تعریف، برای مجموعه‌های از P

ماتریس $\left\{ \rho_{y,y}^a(n_i, k_i) \right\}_{i=1}^P$ روش JD به‌عنوان بیشینه‌یابی معیار

$C_{JD}(U)$ بر روی مجموعه ماتریس‌های یکتای $U = [u_1, \dots, u_N]$ تعریف می‌شود [۹]، [۲۹] و [۴۲-۴۳]. یعنی:

$$C_{JD}(U) \stackrel{def}{=} \sum_{i=1}^P \sum_{l=1}^N \left| u_l^H \rho_{y,y}^a(n_i, k_i) u_l \right|^2 \quad (23)$$

که در آن، P تعداد نقاط انتخاب شده با انرژی بالا، U ماتریس جداکننده و N تعداد سیگنال‌های محیطی است. با تخمین ماتریس جداکننده U ، سیگنال‌های ورودی $\hat{s}(n)$ تخمین زده می‌شوند:

$$A = W^H U, \quad \hat{s}(n) = A^H y(n) \quad (24)$$

که در آن، W ماتریس سفیدکننده و علامت H نشان دهنده شبه‌معکوس گرفتن از ماتریس A است. در روش JD با توجه به این‌که ترکیب چندین نقطه (n, k) در مسئله جداسازی منبع بکار می‌رود، احتمال داشتن مقادیر ویژه منحن کاهش می‌یابد. وجود مقادیر ویژه منحن منجر به عدم قطری شدن ماتریس $\rho_{y,y}^a(n, k)$ در رابطه (ب.۱۲) در پیوست (ب) و در نهایت ایجاد خطا در بازیابی سیگنال‌ها می‌گردد.

در پایان این مرحله، با تبدیل فوریه سریع 1 (FFT) از هر یک از سیگنال‌های $\hat{s}(n)$ تخمینی، فرکانس‌های پرش هر سیگنال احصاء می‌گردد.

۳-۲-۴. تخمین پارامترها

از طرفی به ازای نرخ نمونه برداری $f_s = 500MHz$ تعداد نقاط نمونه برداری $N_s = T_h \times f_s = 2000$ و به ازای نرخ نمونه برداری $f_s = 125MHz$ تعداد نقاط $N_s = 500$ به دست می آید. هر چه افزایش f_s و یا طول مدت T_h مقدار N_s افزایش می یابد. هر چه تعداد نقاط N_s برای هر پرش فرکانسی بالاتر در نظر گرفته شود، تخمین فرکانس های پرش با خطای کمتر و دقت بهتر به دست می آید اما از طرف دیگر افزایش N_s منجر به افزایش حجم محاسبات و محدودیت سخت افزاری می گردد.

لذا برای طراحی یک سیستم مناسب بایستی مصالحه ای بین پارامترها در نظر گرفته شود. از طرفی، فاصله هر دو آرایه مجاور دارای فاصله فرض $d = 0.5$ گردیده است و تعداد شاخه های MWC با تعداد آرایه های آنتن $M = 3$ برابر در نظر گرفته شده است. جدول (۲) مقدار عددی پارامترهای MWC را نشان می دهد.

جدول (۲) پارامترهای MWC

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
تعداد شاخه (M)	3	فرکانس نمونه برداری	4MHz
پهنای باند فیلتر (B)	2MHz	فشرده سازی دنباله (k)	2

مطابق با جدول (۲)، برای عبور سیگنال های FH با $500MHz$ محدود پرش از فیلتر پایین گذر با پهنای باند محدود $2MHz$ استفاده گردیده است.

شکل (a-۷) نمایش FFT از پاسخ دومین آرایه (قبل از MWC) را به نمایش گذاشته است. مطابق شکل هر کدام از آرایه ها تمامی ۱۸ فرکانس سه سیگنال را از خود عبور می دهد.

شکل (b-۷) نمایش FFT از پاسخ دومین آرایه (بعد از MWC) را به نمایش گذاشته است. مطابق شکل سیگنال پهن باند با محدوده فرکانسی $500MHz$ از یک فیلتر پایین گذر با پهنای باند $2MHz$ عبور کرده و تمامی ۱۸ فرکانس سه سیگنال در خروجی آن به نمایش گذاشته شده است.

N_T طول پنجره $g_2(\tau)$ ، N_{sm} طول پنجره $g_1(t)$ ، N_{2T} مقدار طول از ضرب ۲ و $N_{2T} \geq N_T$ می باشد [۴۴].

ج) بخش پردازشی معیار JD

(۱) برای سیگنال های هم زمان، بر اثر سفید کردن داده ها هزینه اولیه وجود دارد که $O(m^3)$ ایجاد می کند که در آن m ، تعداد مقادیر ویژه در زیر فضای سیگنال می باشد.
(۲) برای معیار JD ، پیچیدگی محاسباتی به ازای $N \ll K$ در هر تکرار $O((K+N)n^3)$ می باشد که جهت همگرایی روش در تعداد تکرارهای مورد نیاز ضرب می گردد [۲۴].

۴. ارزیابی روش پیشنهادی

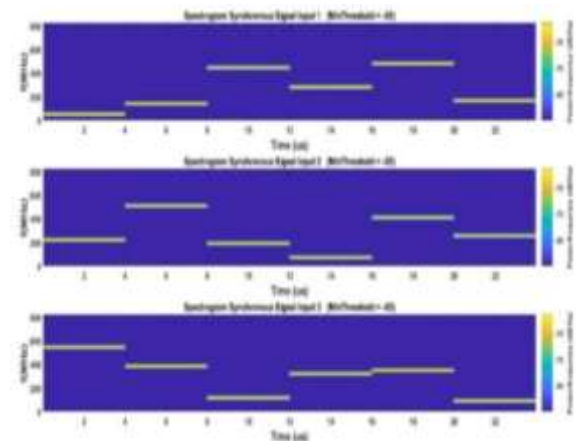
این بخش عمدتاً برای تأیید الگوریتم پیشنهاد شده در مقاله است و هدف آن ارزیابی و محاسبه خطا بر روی پارامترهای تخمینی است. برای این منظور سه سیگنال FH که هر کدام شامل شش پرش فرکانسی اند، در نظر گرفته شده اند. سیگنال ها دارای اندازه واحد، فاز صفر، زمان های پرش و طول پرش یکسان فرض شده اند.

سیگنال ها بدون تداخل فرکانسی در محدوده پهن باند فرکانسی $50MHz \leq f \leq 550MHz$ قرار گرفته اند. جدول (۱) الگوی پرش فرکانس سه منبع ورودی را در حالت نرمالیزه شده نشان می دهد.

جدول (۱). الگوی پرش فرکانس سیگنال های ورودی

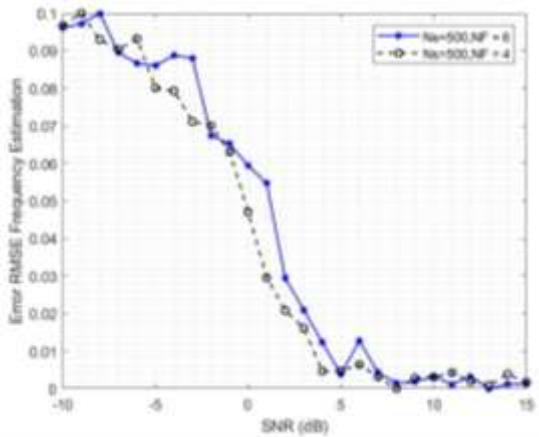
ورودی ها	فرکانس های پرش نرمالیزه شده
سیگنال اول	{0.05, 0.14, 0.445, 0.28, 0.48, 0.165}
سیگنال دوم	{0.22, 0.51, 0.19, 0.07, 0.41, 0.225}
سیگنال سوم	{0.545, 0.385, 0.115, 0.32, 0.35, 0.09}

شکل (۶)، $SPEC$ سیگنال های سنکرون ورودی را نشان می دهد. در حالت سنکرون، زمان های پرش تمامی سیگنال های FH یکسان می باشد. مطابق شکل، زمان های پرش سیگنال ها یکسان و برابر $T_h = 4\mu$ ثانیه (نرخ پرش $f_h = 250kHz$) در نظر گرفته شده است.

شکل (۶) $SPEC$ سیگنال های ورودی سنکرون

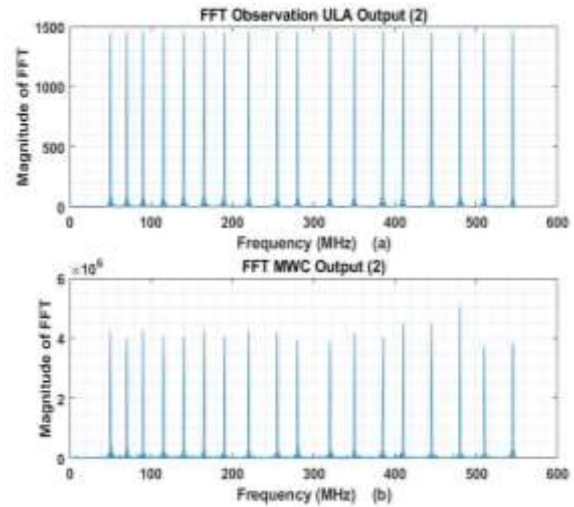
$$f_{est}(MHz) = \begin{bmatrix} 50, 140.2, 445.1, 280, 479.9, 164.9 \\ 220, 510.2, 190, 70, 410.2, 255.1 \\ 545.1, 385.1, 114.9, 320, 350, 90 \end{bmatrix}$$

لازم به ذکر است که تغییر متغیرهایی نظیر، افزایش SNR ، افزایش N_s ، افزایش تکرار آزمایش‌ها منجر به بهبود تخمین f_{est} با دقت بالاتر و خطای کمتر از چند هرتز (و حتی صفر) می‌گردد. شکل (۸) منحنی خطای $RMSE$ را برای تخمین فرکانس‌های پرش سه سیگنال FH برای مقادیر مختلف SNR نمایش می‌دهد. مطابق شکل، برای حالتی که سیگنال‌های FH دارای ۴ پرش فرکانسی ($NF = 4$) و تعداد نقاط نمونه‌برداری شده برای هر مدت زمان T_h برابر با $N_s = 500$ باشند، با افزایش مقادیر SNR مقدار خطا کاهش می‌یابد و سریع‌تر به حالت پایداری می‌رسد به طوری که در مقدار $SNR = 4dB$ میزان خطا به 0.004 مقدار اولیه خود می‌رسد و تقریباً پایدار می‌گردد. ضمن این‌که در $SNR = 8dB$ مقدار خطا صفر می‌گردد.



شکل (۸) منحنی خطای $RMSE_f$ سه سیگنال FH در تعداد نقاط یکسان و تعداد فرکانس‌های پرش متفاوت

افزایش تعداد نقاط نمونه‌برداری شده N_s و تأثیر آن بر خطای $RMSE$ در دو حالت $NF = 4$ و $NF = 6$ در شکل (۹) مورد بررسی قرار گرفته است. مطابق شکل، با افزایش نقاط نمونه‌برداری شده N_s برای حالتی که سیگنال‌های FH دارای ۴ پرش فرکانسی هستند، خطای $RMSE$ سیستم در مقادیر SNR پایین‌تر به حالت پایداری می‌رسد. به گونه‌ای که در مقدار $SNR = -1dB$ میزان خطا به 0.006 مقدار اولیه خود می‌رسد و تقریباً پایدار می‌گردد. ضمن این‌که در $SNR = 7dB$ مقدار خطا صفر می‌گردد.



شکل (۷) (a) نمایش FFT از دومین خروجی آرایه‌ها (b) نمایش FFT از دومین خروجی MWC .

در راستای ارزیابی نتایج تحلیل، خطای فرکانس‌های پرش تخمین زده شده به کمک روش‌های $RMSE$ و RFE اندازه‌گیری شده است. خطای تخمین فرکانس‌های پرش با روابط (۲۷) و (۲۸) تعریف شده است.

$$RMSE_f = \sqrt{\frac{1}{NRU'} \sum_{n=1}^N \sum_{r=1}^R \sum_{u=1}^{U'} (f_{nr}^{(u)} - \hat{f}_{nr}^{(u)})^2} \quad (27)$$

در رابطه (۲۷)، $\hat{f}_{nr}^{(u)}$ فرکانس تخمین زده شده، مقدار $f_{nr}^{(u)}$ صحیح فرکانس، n بیانگر n امین سیگنال و r بیانگر r امین فرکانس پرش سیگنال است.

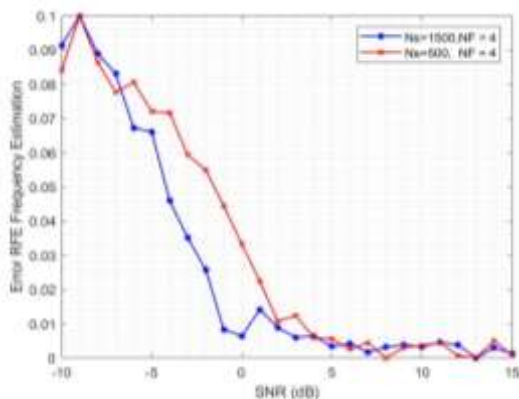
$$RFE_f = \frac{1}{U'} \sum_{u=1}^{U'} \frac{|\hat{f}_{hu} - f_h|}{f_s} \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)، \hat{f}_{hu} فرکانس تخمین زده شده، مقدار صحیح فرکانس، f_s بیانگر فرکانس نمونه‌برداری سیستم و U' تعداد کل آزمایش‌ها است. لازم به ذکر است که برای کلیه محاسبات تعداد آزمایش‌ها $U' = 100$ در نظر گرفته شده است. طبیعتاً افزایش U' منجر به نتایج دقیق‌تر می‌گردد.

در یک بررسی، به‌ازای $SNR = -4dB$ ، تعداد آرایه‌ها $M = 3$ ، تعداد نقاط نمونه‌برداری شده $N_s = 2000$ ، پهنای باند $2MHz$ برای MWC ، ماتریس U تخمین زده شده به‌کمک روش JD برابر شد:

$$U = \begin{bmatrix} 0.9998 & -0.0175 & -0.0010 \\ 0.175 & 0.9998 & 0.0044 \\ 0.0009 & -0.0044 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

در این حالت، در خطای $RMSE$ کمتر از $2kHz$ ، فرکانس‌های پرش f_{est} تخمین زده شده برابر شدن با:

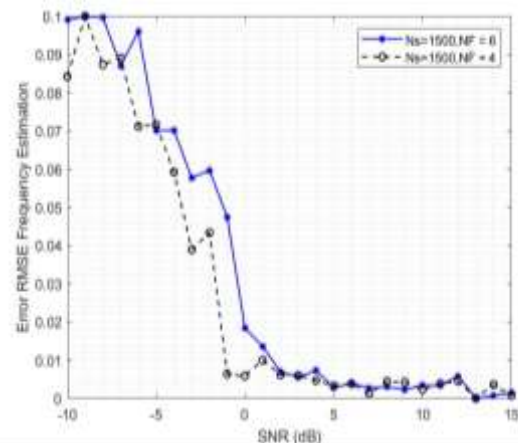


شکل (۱۱) منحنی خطای RFE_f سه سیگنال FH برای تعداد فرکانس‌های پرش یکسان اما تعداد نقاط متفاوت

به همین ترتیب می‌توان برای پارامترهای دیگر سیگنال‌های پرش فرکانسی نظیر زمان‌های پرش T_h منحنی‌های خطا را برحسب SNR رسم نموده و به تحلیل موضوع پرداخت. بنابراین، برای حل مسئله جداسازی سه سیگنال پرش فرکانسی به کمک ULA بر اساس MWC پردازش آرایه‌ای و تحلیل در حوزه STF باتوجه به نوع کارایی و انتخاب مناسب پارامترها نظیر، تعداد آرایه‌ها (و یا شاخه‌های مبدل) M ، تعداد نمونه‌های هر پرش N_s ، طول دنباله k شبه تصادفی PN ، پهنای باند B فیلتر پایین‌گذر، فرکانس نمونه‌برداری مبدل f_s ، نوع هسته تبدیل زمان فرکانس و ... می‌توان به دقت و سرعت موردنظر رسید و در نهایت با نتایج به دست آمده مسئله را ارزیابی و پیاده‌سازی نمود.

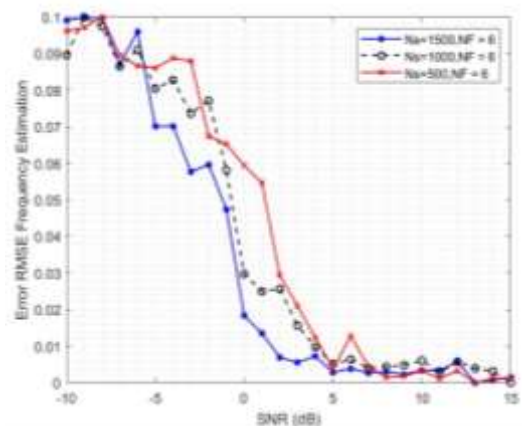
۴-۱. مقایسه با دیگر روش‌ها

در این بخش، رابطه بین دقت تخمین پارامتر و SNR سه سیگنال متعامد سنکرون به منظور تأیید اعتبار روش پیشنهادی با دیگر روش‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است. شکل (۱۲) منحنی خطای $RMSE$ روش پیشنهادی $JD - STF - MWC$ را در محدوده SNR ، $-4dB$ تا $15dB$ به طور هم‌زمان با دو روش توزیع STF بر اساس پردازش آرایه‌ای [۹] و روش تخمین پارامتر چند پرشی بر اساس رگرسیون خطی تنک^۱ [۳۰-۳۱] مقایسه نموده است. مطابق شکل با در نظر گرفتن $NF = 4$ و $N_s = 500$ در روش پیشنهادی ($JD - STF - MWC$) میزان خطای $RMSE$ با افزایش SNR نسبت به دو روش دیگر سریع‌تر به سمت صفر میل می‌کند. همچنین بعد از $SNR = 0dB$ شیب کاهشی خطا تند می‌گردد و در حوالی $SNR = 4dB$ میزان کاهش خطا در روش پیشنهادی با دو روش دیگر قابل ملاحظه است. ضمن این‌که در $SNR = 8dB$ خطا زودتر از دو روش دیگر به صفر می‌رسد و



شکل (۹) منحنی خطای $RMSE_f$ سه سیگنال FH در تعداد نقاط یکسان و تعداد فرکانس‌های پرش متفاوت

در بررسی دیگر افزایش تعداد نقاط نمونه‌برداری شده و تأثیر آن بر خطای $RMSE$ برای سیگنال‌ها با شش پرش فرکانسی مورد توجه قرار گرفته است به طوری که مطابق شکل (۱۰) با افزایش نقاط N_s میزان خطای $RMSE$ سیستم در مقادیر SNR پایین‌تر به حالت پایداری می‌رسد.



شکل (۱۰) منحنی خطای $RMSE_f$ سه سیگنال FH در تعداد نقاط یکسان اما تعداد فرکانس‌های پرش متفاوت

همچنین در بررسی دیگر افزایش تعداد نقاط نمونه‌برداری شده و تأثیر آن بر خطای RFE برای سیگنال‌ها با چهار پرش فرکانسی مورد توجه قرار گرفته است. به گونه‌ای که مطابق شکل (۱۱) با افزایش نقاط N_s میزان خطای RFE سیستم در مقادیر SNR پایین‌تر به حالت پایداری می‌رسد.

نسبت فشرده‌سازی ۲، نرخ ثابت نمونه‌برداری $f_s = 4\text{MHz}$ و گیرنده با فرکانس قطع $f_{cut} = 2\text{MHz}$ انتخاب گردید. سپس تبدیل دوخطی $SPWVD$ بر روی داده‌های خروجی MWC انجام پذیرفت. در حوزه TF ، با اعمال روش JD بر نقاط پرانرژی ۹ ماتریس توزیع STF ماتریس مخلوط A تخمین‌زده شد. با در نظر گرفتن ماتریس A ، سیگنال‌های $\{\hat{s}_1(t), \hat{s}_2(t), \hat{s}_3(t)\}$ بازیابی و ۶ فرکانس پرش برای هر سیگنال به‌دست آمد. برخی از نتایج حاصل از انجام روش $JD - STF - MWC$ در جداسازی سیگنال‌های FH عبارت‌اند از:

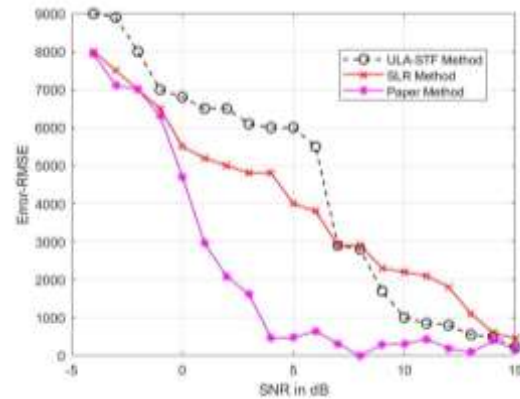
- بهبود عملکرد روش با کاهش SNR در مقایسه با روش‌های مشابه به میزان 6dB ،
- کاهش قابل توجه حجم داده‌ها در حوزه TF متناسب با نرخ نمونه‌برداری MWC و افزایش سرعت اجرای برنامه،
- کاهش قابل توجه تعداد شاخه‌های MWC ، متناسب با تعداد آرایه‌های ULA و قابلیت پیاده‌سازی در حالت BSS

نتایج ارزیابی به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که این الگوریتم کارایی قابل‌قبولی داشته و در مقایسه با سایر روش‌های متداول جداسازی، در SNR کم‌تر قابل اجرا بوده و از دقت بالاتری برخوردار است. به‌گونه‌ای که مطابق با شکل (۱۲) در $SNR = 4\text{dB}$ ، میزان خطا در مقایسه با روش‌های دیگر کاهش قابل توجهی داشته به طوری که در حوالی $SNR = 8\text{dB}$ خطا به صفر می‌رسد و مقادیر فرکانس‌های پرش سیگنال‌ها به طور دقیق به دست می‌آیند.

۶- مراجع

- [1] F. Liu, Y. Jiang, "Knowledge-Enhanced Compressed Measurements for Detection of Frequency-Hopping Spread Spectrum Signals Based on Task-Specific Information and Deep Neural Networks", Vol. 25, No. 1, pp. 11, 2022.
- [2] J. Zhang, C. Hou, Y. Lin, J. Zhang, Y. Xu & S. Chen, "Frequency Hopping Signal Modulation Recognition Based on Time-Frequency Analysis", IEEE 18th International Conference on Mobile Ad Hoc and Smart Systems (MASS), pp. 46-52, 2021.
- [3] Duan Baiyu, Chen Cong, Chen Shunke et al., "Performance Analysis of Co-frequency and Co-time Full Duplex Frequency Hopping Ad Hoc Networks in Finite Area. [J]", Journal of Electronics & Information Technology, vol. 44, pp. 1-8, 2022.
- [4] Nagendra Kumar Vishwakarma and Rakesh Kumar Singh, "Design and Implementation of FHSS (Frequency Hopping Spread Spectrum) Synthesizer [C]", 2021 7th International Conference on Signal Processing and Communications (ICSC), pp. 151-155, 2021.
- [5] M. Letafati, A. Kuehstani, H. Behroozzi and D. W. K. Ng, "Jamming-Resilient Frequency Hopping-Aided Secure Communication for Internet-of-Things in the Presence of an Untrusted Relay," in IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 19, no. 10, pp. 6771-6785, Oct. 2020.
- [6] Y. Chen, Y. Xie, C. Liu and L. Chen, "Investigation of Anti-Interference Characteristics of Frequency-Hopping LiDAR," in IEEE Photonics Technology Letters, vol. 33, no. 24, pp. 1443-1446, 15 Dec.15, 2021.

نکته دیگر این که مطابق شکل (۱۲) افزایش تعداد نقاط N_s در بهبود نتایج مؤثر است.



شکل (۱۲) مقایسه خطای $RMSE_f$ برای سه روش مختلف

از سویی دیگر از منظر پیچیدگی، مطابق با بخش ۳-۲-۵، پیچیدگی محاسباتی بخش توزیع‌های STF ، رابطه مستقیم با طول N_y داده‌های خروجی ULA توسعه‌یافته براساس MWC دارد. از طرفی طول N_y ، متناسب با نرخ نمونه‌برداری ثابت $f_s = 1/T_s$ در MWC قابل کنترل و کاهش است. کاهش طول N_y منجر به کاهش پیچیدگی محاسباتی در بخش توزیع‌های TF می‌گردد. این ویژگی، برتری روش پیشنهادی را نسبت به مراجع $[9], [24], [30], [44]$ و ... نشان می‌دهد.

از سویی دیگر از منظر پیچیدگی، مطابق با بخش ۳-۲-۵، پیچیدگی محاسباتی بخش توزیع‌های STF ، رابطه مستقیم با طول N_y داده‌های خروجی ULA توسعه‌یافته براساس MWC دارد. از طرفی طول N_y ، متناسب با نرخ نمونه‌برداری ثابت $f_s = 1/T_s$ در MWC قابل کنترل و کاهش است. کاهش طول N_y منجر به کاهش پیچیدگی محاسباتی در بخش توزیع‌های TF می‌گردد. این ویژگی، برتری روش پیشنهادی را نسبت به مراجع $[9], [24], [30], [44]$ و ... نشان می‌دهد.

همچنین، پیچیدگی محاسباتی روش SLR در مرجع ۳۰/به‌ازای هر بار تکرار $O(MP^3 + K G^3)$ می‌باشد که همانند پیچیدگی محاسباتی روش پیشنهادی $O((K + N)n^3)$ از مرتبه ۳ است اما همان‌طور که در شکل (۱۲) ملاحظه می‌فرمایید، خطای $RMSE$ ناشی از روش پیشنهادی به مراتب از روش SLR کمتر است.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله روش ترکیبی و نوین $JD - STF - MWC$ جهت جداسازی نیمه‌کور چند سیگنال FH غیرایستا، سنکرون و دارای تداخل زمانی مطرح گردید. در روش پیشنهادی، ابتدا سه سیگنال FH در محدوده فرکانسی $50 \leq f(\text{MHz}) \leq 550$ توسط سه المان آرایه ULA دریافت گردید و از طریق MWC عبور داده شد. ساختار MWC متناسب با تعداد آرایه‌های ULA ، شامل سه شاخه، با

- A Non-cooperative Environment". *Physical Communication*, No. 26, pp. 9-20, 2018.
- [25] Z. Luo, Li. Chengjie, and Zhu. Lidong, "A comprehensive survey on blind source separation for wireless adaptive processing: Principles, perspectives, challenges and new research directions", *IEEE Access* Vol.6, pp. 66685-66708, 2018.
- [26] M. Mishali, and Y. C. Eldar, "Expected RIP: Conditioning of the Modulated Wideband Converter", *IEEE Information Theory Workshop*, Publisher: IEEE, pp. 343-347, 2009.
- [27] D. J. K. Adams, "A Practical Implementation of the Modulated Wideband Converter Compressive Sensing Receiver Architecture", Stanford University, 2016.
- [28] M. Mishali, Y. C. Eldar, D. Oleg, and Sh. Eli, "Xampling: Analog to digital at Sub-Nyquist Rates", *IET Circuits, Devices & Systems* Vol. 5, No. 1, pp. 8-20, 2011.
- [29] B. Boashash, "Time-Frequency Signal Analysis and Processing: A Comprehensive Reference", Academic press, 2015.
- [30] L. Zhao, L. Wang, G. Bi, L. Zhang, and H. Zhang, "Robust Frequency-Hopping Spectrum Estimation Based on Sparse Bayesian Method", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 14, No. 2, pp. 781-793, 2014.
- [31] Wei, Z.; Yu, W, "Parameter Estimation Method of Multiple Frequency-hopping Signals Based on OMP-SLR", *Signal Inf. Process*, Vol. 48, pp. 871-875, 2018.
- [32] P. Wang, F. You, and S. He, "An Improved Signal Reconstruction of Modulated Wideband Converter Using a Sensing Matrix Built Upon Synchronized Modulated Signals", *Circuits, Systems, and Signal Processing*, Vol. 38, No. 7, pp. 3187-3210, 2019.
- [33] Q. Li, Z. Li, and J. Li, "Wideband Spectrum Sensing Based on Modulated Wideband Converter with Nested Array", *IET Communications*, Vol. 15, No. 2, pp. 224-231, 2021.
- [34] T. Chen, L. Liu, and D. Pan, "A ULA-based MWC Discrete Compressed Sampling Structure for Carrier Frequency and AOA Estimation", *IEEE access*, No. 5, pp. 14154-14164, 2017.
- [35] J. P. Changeux, and S. J. Edelstein, "Allosteric mechanisms of signal transduction", *Science*, Vol. 308, No. 5727, pp. 1424-1428, 2005.
- [36] M. Khazaei, and S. Akhlaghi, "Direction-of-Arrival and Hop Tracking of A Special User in A FH Multi-User Based Network Using Uniformly Linear Arrays", *Journal of Ra'ad*, Vol. 5, No. 12, pp. 10-26, 2016. (In Persian)
- [37] Fu. Weihong, Hu. Zhan, and Li. Dan Li, "A Sorting Algorithm for Multiple Frequency-Hopping Signals in Complex Electromagnetic Environments", *Circuits, Systems, and Signal Processing*, Vol. 39, No. 1, pp. 245-267, 2020.
- [38] C. Zhang, Y. Wang, & F. Jing, "Underdetermined Blind Source Separation of Synchronous Orthogonal Frequency Hopping Signals Based on Single Source Points Detection", *Sensors*, Vol. 17, No. 9, pp. 2074, 2017.
- [39] A. Belouchrani, M. G. Amin, N. Thirion-Moreau & Y.D. Zhang, "Source Separation and Localization Using Time-Frequency Distributions: An Overview", *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 30, No. 6, pp. 97-107, 2013.
- [40] G. Chabriel, M. Kleinstueber, E. Moreau, H. Shen, P. Tichavsky, A. Yeredor, "Joint matrices decompositions and blind source separation: a survey of methods, identification, and applications", *IEEE Signal Process. Mag.*, Vol. 31, No. 3, pp. 34-43, 2014.
- [41] C. A. Balanis, "Modern antenna handbook", John Wiley & Sons, 2011
- [42] Ali, Khalfa, Amardjia Nouredine, and Kenane Elhadi, "Blind Image Separation Using the JADE Method", *Engineering Proceedings*, Vol.14, No.1, p.20, 2022.
- [43] A. Ziehe, "Blind source separation based on joint diagonalization of matrices with applications in biomedical signal processing", Doctoral dissertation, Universität Potsdam, 2005.
- [7] H. Wang, B. Zhang, H. Wang, B. Wu and D. Guo, "Hopping Time Estimation of Frequency-Hopping Signals Based on HMM-Enhanced Bayesian Compressive Sensing With Missing Observations," in *IEEE Communications Letters*, vol. 26, no. 9, pp. 2180-2184, Sept. 2022.
- [8] Ma, J., Yang, Y.: A Generalized anti-interference low-ambiguity dual-frequency multiplexing modulation based on the frequency-hopping technique. *IEEE Access* 8, pp.95288– 95300, 2020.
- [9] J. Wan, D. Zhang, W. Xu, and Q. Guo, "Parameter Estimation of Multi-Frequency Hopping Signals Based on Space-Time-Frequency Distribution", *Symmetry*, Vol. 11, No.5, pp.648, 2019.
- [10] L. Zhang, H. Wang, and T. Li, "Anti-Jamming Message-Driven Frequency Hopping—Part I: System Design", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 12, No. 1, pp. 70-79, 2012.
- [11] Rustamaji, Rustamaji, Sri Kliwati, and Wahyu Widada, "The Angle of Arrival Estimation of Frequency-Hopping Cooperative Object Based on Software-Defined Radio", DOI: <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-2914887/v1>, 2023.
- [12] X. Guo, Y. Tian, and Y. Li, "A Mixing Matrix Estimation Algorithm for Frequency Hopping Signals Under the UBSS Model", *IEEE Progress in Electromagnetics Research Symposium-Fall (PIERS-FALL)*, pp. 284-290, 2017.
- [13] Liu S, Lyu X, Wei Z, Liu Y, "A Compensation Method for MWC Hardware Based on Single Measurement", *International Conference on Sensing, Measurement & Data Analytics in the era of Artificial Intelligence (ICSMD)*, IEEE, pp, 1-4, 2022.
- [14] E. Baransky, G. Itzhak, N. Wagner, I. Shmuel, E. Shoshan, and Y. Eldar, "Sub-Nyquist Radar Prototype: Hardware and Algorithm", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 50, No. 2, pp. 809-822, 2014.
- [15] S. S. Ioushua, O. Yair, D. Cohen, and Y. C. Eldar, "CaSCADE: Compressed Carrier and DOA Estimation", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 65, No.10, pp. 2645-2658, 2017.
- [16] Z. Lei, Y. Peng, Z. Linhua, X. Hui, and D. Hong, "Frequency Hopping Signals Tracking and Sorting Based on Dynamic Programming Modulated Wideband Converters", *Applied Sciences*, Vol. 9, No. 14, pp. 2906, 2019.
- [17] Z. Lei, P. Yang, and L. Zheng, "Detection and Frequency Estimation of Frequency Hopping Spread Spectrum Signals Based on Channelized Modulated Wideband Converters", *Electronics*, Vol. 7, No.9, pp. 170, 2018.
- [18] W. Fu, X. Li, N. Liu, Y. Hei, and J. Wei, "Parameter Blind Estimation of Frequency-Hopping Signal Based on Time Frequency Diagram Modification", *Wireless Personal Communications*, Vol. 97, No. 3, pp. 3979-3992, 2017
- [19] Wang, Y. He, S. Wang, C. Li, Z. Li, J. Dai, H. Xie, J, "Detection and Parameter Estimation of Frequency Hopping Signal Based on the Deep Neural Network", *Int. J. Electron.* Vol.109, No. 3, pp. 520-536, 2022.
- [20] Zhang, D. Shang, Y. Liang, X. Lin, J, "Efficient Blind Estimation of Parameters for Multiple Frequency Hopping Signals via Single Channel", *In Proceedings of the 2022 IEEE 5th International Conference on Automation, Electronics and Electrical Engineering (AUTEEE)*, Shenyang, China, pp. 1063-1069, 2022.
- [21] Huang, Y, et al, "Sparse Time-Frequency Analysis Based on Instantaneous Frequency Estimation and Fault Diagnosis Application", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 71, pp. 1-9, 2022.
- [22] Y. Li, X. Guo, F. Yu, and Q. Sun, "A New Parameter Estimation Method for Frequency Hopping Signals", *IEEE USNC-URSI Radio Science Meeting, (Joint with AP-S Symposium)*, pp. 51-52, 2018.
- [23] X. Zeng, W. Jiao, and H. Sun, "A New Method of Hybrid Frequency Hopping Signals Selection and Blind Parameter Estimation", *In AIP Conference Proceedings*, Vol. 1955, No. 1, pp. 040037, 2018.
- [24] A. Kanaa, and A. Z. Sha'ameri, "A Robust Parameter Estimation of FHSS Signals Using Time-Frequency Analysis in

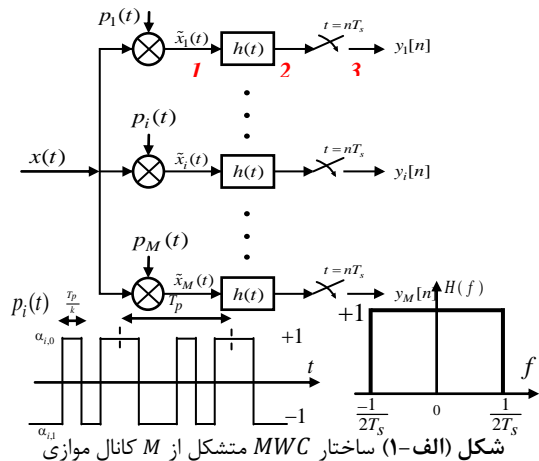
- [44] Tan, Jo Lynn, and Ahmad Zuribin Sha'ameri. "Adaptive optimal kernel smooth-windowed Wigner-Ville distribution for digital communication signal" *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* pp.1-17, 2009.
- [45] Yixuan, Guo, Li Zhi, Li Jian, and Zhou Jianhua. "Parameter estimation of frequency hopping signal based on MWC-MSBL reconstruction" *IET Communications*, Vol. 14, No. 10, pp. 1642-1649, 2020.
- [46] Amari, S.-I. and J.-F. Cardoso. "Blind source separation-semiparametric statistical approach" *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 45, No. 11, pp. 2692-2700, 1997.

پیوست (الف)

الف-۱. ساختار MWC

در راستای فرایند BSS به وسیله گیرنده باند محدود می توان به دو ساختار انعطاف پذیر و متداول دمدولاتور تصادفی^۱ (RD) و MWC اشاره نمود که می توانند در پایش طیف فرکانسی، محدودیت ناشی از کمبود پهنای باند گیرنده ها را برای سیگنال های پهن باند مرتفع سازند. در این بین، RD ساختاری تک شاخه و شناخته شده برای بازیابی سیگنال ورودی با مؤلفه فرکانسی محدود دارد و برای پیاده سازی روش های تحلیلی نظیر CS مناسب است؛ اما منجر به محاسبه انتگرال های پیچیده می گردد؛ لذا می توان از مبدل های پهن باند جایگزین نظیر MWC که تعمیم یافته ساختار RD است، استفاده نمود.

شکل (الف-۱) ساختار متداول MWC را نشان می دهد. مطابق شکل، MWC در محدوده باند فرکانسی $[-f_{nyq}/2, f_{nyq}/2]$ سیگنال ورودی $x(t)$ را در یک بانک از دنباله های متناوب $p_i(t), i \in \{1, \dots, M\}$ ضرب می کند. سپس MWC حاصل ضرب را از فیلتر پایین گذر $h(t)$ در محدوده فرکانسی $[-f_s/2, f_s/2]$ عبور داده و به طور یکنواخت با فرکانس f_s و با رعایت شرط نایکوئیست و سرعت کم $f_s \geq f_p, f_s \ll f_{nyq}/2$ نمونه برداری می کند [۱۴].



مطابق با روابط (الف.۱) و (الف.۲)، سری فوریه و تبدیل فوریه دنباله متناوب $p_i(t)$ با دوره زمانی تناوب $T_p = 1/f_p$ را در نظر بگیرد:

$$\begin{cases} p_i(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} b_{i,l} e^{j2\pi l f_p t} \\ b_{i,l} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p_i(t) e^{-j2\pi l f_p t} dt \end{cases} \quad (\text{الف. ۱})$$

$$P_i(f) = \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l} \delta(f - l f_p) \quad i \in \{1, \dots, M\} \quad (\text{الف. ۲})$$

که در آن، $L_0 = 0.5(L-1)$ و تعداد کل کانال ها در محدوده فرکانسی \mathcal{F} و $P_i(f)$ متشکل از دنباله ای تابعی نهایت توابع ضربه با دامنه های ضرایب سری فوریه $b_{i,l}$ است. هسته اصلی MWC دنباله متناوب $p_i(t)$ است که قادر می سازد MWC در محدوده وسیع باند فرکانسی دارای مؤلفه های فرکانسی باشد. مطابق شکل (الف-۱)، $\mathcal{F}\{\tilde{x}_i(t)\}$ برابر است با:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i(f) &= X(f) * P_i(f) \\ &= X(f) * \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l} \delta(f - l f_p) \\ &= \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l} X(f - l f_p) \end{aligned} \quad (\text{الف. ۳})$$

در اینجا، * علامت کانولوشن است. عملیات ضرب در MWC منجر می گردد، فرکانس های باند پایه کمتر از فرکانس قطع فیلتر پایین گذر، حاوی ترکیبی از محتویات طیفی از کل محدوده \mathcal{F} باشند [۲۶]؛ لذا، MWC پردازش بر روی محدوده پهن فرکانسی سیگنال ورودی را در باند پایه بدون نیاز به نرخ بالای نایکوئیست برای کل طیف امکان پذیر می کند [۱۳].

در ادامه، خروجی ضرب کننده $\tilde{x}_i(t)$ پس از عبور از باند پایه در محدوده فرکانسی $\mathcal{F}_p \in f$ در حوزه فرکانس برابر است با:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i(f) &= H(f) \times \tilde{X}_i(f) \\ &= H(f) \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l} X(f - l f_p) \end{aligned} \quad (\text{الف. ۴})$$

در رابطه (الف.۴)، فیلتر $H(f)$ بیان می کند که در تحلیل باند پایه تنها فرکانس های در محدوده $\mathcal{F}_p \in f$ مورد توجه هستند. یعنی:

$$\tilde{Y}_i(f) = \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l} X(f - l f_p), \quad f \in \mathcal{F}_p \quad (\text{الف. ۵})$$

با نمونه برداری یکنواخت $f_s = 1/T_s$ از خروجی فیلتر باند پایه در محدوده فرکانسی $\mathcal{F}_s \in f$ به ازای $f_s \geq f_p$ خواهیم داشت [۳۳]:

$$\begin{aligned} Y_i(f) &= \tilde{Y}_i(f) * \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - m \frac{1}{T_s}\right) \\ &= \frac{1}{T_s} \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l} X\left(f - m \frac{1}{T_s} - l f_p\right) \end{aligned} \quad (\text{الف. ۶})$$

با نرمالیزه کردن $Y_i(f)$ بر روی محور f و سپس DTFT بر روی $y_i[n] \triangleq \tilde{y}_i(nT_s)$ خواهیم داشت:

$$Y_i(\Omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l} X\left(\frac{\Omega}{T_s} - l f_p\right) \quad (\text{الف. ۷})$$

اکنون با عبور سیگنال $\tilde{X}_i(f)$ از فیلتر پایین‌گذر تنها مؤلفه‌های کوچک‌تر از فرکانس قطع f_{cut} از فیلتر $H(f)$ عبور خواهند نمود. بنابراین برای $f > 0$ تنها دو مؤلفه فرکانسی به‌ازای $l = -1$ و $l = -5$ در محدوده فرکانسی فیلتر $H(f)$ قرار می‌گیرند و بقیه مؤلفه‌های فرکانسی حذف می‌شوند.

$$H(f)\tilde{X}_i(f) = 2b_{i,(-1)}\delta(f-20) + b_{i,(-5)}\delta(f-5)$$

با نمونه‌برداری یکنواخت $f_s = \frac{1}{T_s}$ در محدوده فرکانسی $f \in \mathcal{F}_s$ از فیلتر پایین‌گذر، خروجی شاخه i ام MWC به‌دست می‌آید.

$$Y_i(f) = 2b_{i,(-1)}\delta(f-20) * \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - m\frac{1}{T_s}\right) + b_{i,(-5)}\delta(f-5) * \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - m\frac{1}{T_s}\right)$$

$m = 0$ به‌ازای

$$Y_i(f) = \frac{1}{T_s} \{2b_{i,(-1)}\delta(f-20) + b_{i,(-5)}\delta(f-5)\}$$

ضریب $b_{i,(-5)}$ سبب عبور سیگنال با فرکانس $f = 130MHz$ از فیلتر باند پایه می‌گردد. این ضریب جزء ضرایب سری فوریه دنباله متناوب به‌ازای $l = -5$ است. در رابطه (*)، برای تشخیص مقدار فرکانس واقعی سیگنال $X(f)$ پس از عبور از MWC ، کافی است که

$$f = -lf_p + 5, l = -5$$

$$= -(-5) \times 25 + 5 = 130MHz$$

در حالت کلی ضرایب سری فوریه در سرتاسر پهنای باندی که سیگنال ورودی می‌تواند در آن قرار گیرد، موجود است؛ بنابراین سیگنال پهن باند ورودی در محدوده فرکانسی $\mathcal{F} = [-f_{nyq}/2, f_{nyq}/2]$ با هر تعداد فرکانس حامل توسط ضرایب سری فوریه دنباله $P_i(t)$ به باند پایه نگاشت می‌یابد و از فیلتری با پهنای باند فرکانسی B به‌ازای $B \ll f_{nyq}/2$ عبور می‌کند.

پیوست (ب)

ب-۱. مفهوم STFDS

بردار سیگنال تحلیلی $y(n)$ را در نظر بگیرید.

$$y(n) = \quad (ب.۱)$$

$$Az(n)$$

در این صورت، تابع خودهمبستگی لحظه‌ای مکانی $(SIAF)$ زمان گسسته به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$K_{y,y}(n,m) = y\left(n + \frac{m}{2}\right) y^*\left(n - \frac{m}{2}\right) \quad (ب.۲)$$

که در آن، y^* موهومی y و $(n,m) \in \mathbb{Z}$ است. همچنین، $SIAF$ هموار شده^۲ به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

در اینجا، $Y_i(\Omega) = Y_i(e^{j2\pi f T_s})$ است. با در نظر گرفتن کلیه شاخه‌ها، $Y(\Omega)$ برابر است با:

$$\begin{pmatrix} Y_1(\Omega) \\ \vdots \\ Y_M(\Omega) \end{pmatrix} = \frac{1}{T_s} \begin{bmatrix} b_{1,-L_0} & \cdots & b_{1,L_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M,-L_0} & \cdots & b_{M,L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X\left(\frac{\Omega}{T_s} + L_0 f_p\right) \\ \vdots \\ X\left(\frac{\Omega}{T_s} - L_0 f_p\right) \end{bmatrix}$$

بنابراین

$$y(\Omega) = Az(\Omega) \quad , \quad \Omega \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad (الف.۹)$$

به‌ازای $\mathbf{z}(n) = D\mathcal{F}^{-1}\{\mathbf{z}(\Omega)\}$ خروجی گسسته MWC

در حوزه زمان برابر است با:

$$y(n) = Az(n) \quad , \quad n \in \mathbb{Z} \quad (الف.۱۰)$$

که در آن، $\mathbf{y}(n) \in \mathbb{C}^M$ بردار مشاهده در خروجی MWC و ماتریس $A \in \mathbb{C}^{M \times N}$ مجهول است. لذا، گیرنده MWC سیگنال‌های FH پهن باند را در باند پایه در محدوده فرکانسی $f \in \mathcal{F}_p$ پردازش می‌کند. به‌منظور درک بهتر روابط فوق به‌مثال زیر توجه فرمائید.

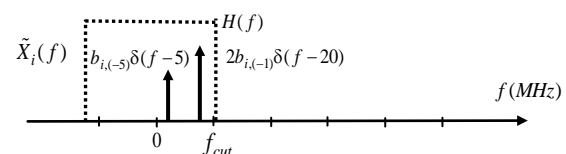
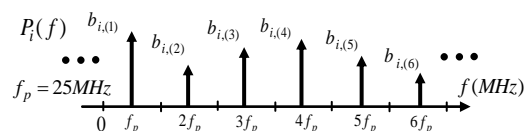
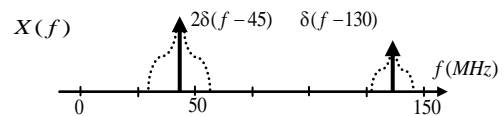
مطابق با شکل (الف-۲) به‌ازای $f_p = 25MHz$ تبدیل فوریه سیگنال ورودی ایده‌آل $X(f)$ را در نظر بگیرید.

$$X(f) = 2\delta(f-45) + \delta(f-130)$$

برابر است با: $\mathcal{F}\{\tilde{x}_i(t)\}$

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i(f) &= X(f) * P_i(f) \\ &= \{2\delta(f-45) + \delta(f-130)\} * \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l}\delta(f-lf_p) \\ &= 2\sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l}\delta(f-45-lf_p) \\ &\quad + \sum_{l=-L_0}^{L_0} b_{i,l}\delta(f-130-lf_p) \quad (*) \end{aligned}$$

طیف $\tilde{X}_i(f)$ ، مجموعه‌ای از توابع ضربه با ضرایبی از دامنه $b_{i,l}$ هستند که در فرکانس‌های lf_p به‌ازای $l \in \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$ جابه‌جایی فرکانسی $f = 45MHz$ و $f = 130MHz$ قرار گرفته‌اند.



شکل (الف-۲) مثال نحوه پردازش طیف سیگنال ورودی در باند پایه

MWC با باند محدود توسط ضرایب سری فوریه دنباله $P_i(f)$

1 - Spatial Instantaneous Autocorrelation Function (SIAF)

2 - Smoothed SIAF

(۳.ب)

$$\mathbf{R}_{y,y}(n,m) = G(n,m) *_{n} \mathbf{K}_{y,y}(n,m)$$

که در آن، $G(n,m)$ هسته تبدیل و علامت کانولوشن زمان گسسته است که بر هر ورودی ماتریس $\mathbf{K}_{y,y}(n,m)$ اعمال می‌شود. در این صورت، توزیع‌های STF مرتبه دوم ($QTFDs$) زمان گسسته سیگنال $\mathbf{y}(n)$ ، به صورت زیر بیان می‌شوند:

(۴.ب)

$$\rho_{y,y}(n,k) = \mathcal{DF}_{m \rightarrow k} \{ \mathbf{R}_{y,y}(n,m) \}$$

که در آن، $(n,k) \in \mathbb{Z}$ و تبدیل فوریه گسسته DF نسبت به ورودی m ماتریس $\mathbf{R}_{y,y}(n,m)$ اعمال می‌شود. $QTFDs$ چندحسگری اغلب $STFDS$ نامیده می‌شوند [۲۹]. با قراردادن رابطه (ب.۳) در (ب.۴) خواهیم داشت:

(۵.ب)

$$\rho_{y,y}(n,k) = \mathcal{DF}_{m \rightarrow k} \{ G(n,m) *_{n} \mathbf{K}_{y,y}(n,m) \}$$

$STFDS$ را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

(۶.ب)

$$\rho_{y,y}(n,k) =$$

$$\sum_{m=-M}^M \sum_{p=-M}^M G(n-p,m) \mathbf{y}(p+m) \mathbf{y}^*(p-m) e^{-j4\pi \frac{mk}{N}}$$

که در آن، $\tilde{N} = 2M + 1$ طول سیگنال است. بنابراین در ULA با M آرایه، نمایش $STFDS$ سیگنال $\mathbf{y}(n)$ مشاهده در خروجی MWC به صورت زیر به دست می‌آیند:

(۷.ب)

$$\rho_{y,y}(n,k) = \begin{pmatrix} \rho_{y_1 y_1}(n,k) & \cdots & \rho_{y_1 y_M}(n,k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{y_M y_1}(n,k) & \cdots & \rho_{y_M y_M}(n,k) \end{pmatrix}$$

در اینجا، $TFDS$ واقع بر قطر اصلی ماتریس $\rho_{y,y}(n,k)$ به عنوان $TFDS$ مؤلفه‌های خودی $^{\text{auto}}TFDS$ نامیده می‌شوند زیرا آنها با تبدیل‌های دوخطی مرتبط با هر جزء از بردار $\mathbf{y}(n)$ مطابقت دارند و عناصر خارج از قطر اصلی، به عنوان $TFDS$ مؤلفه‌های متقاطع $^{\text{cross}}TFDS$ نامیده می‌شوند زیرا آنها با تبدیل‌های دوخطی مرتبط با دو جزء مختلف بردار $\mathbf{y}(n)$ مطابقت دارند. از سویی، مطابق با ماتریس $\rho_{y,y}(n,k)$ ، $^{\text{auto}}TFDS$ به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\rho_{y,y}^{\text{auto}}(n,k) = \left\{ \rho_{y_i y_i}(n,k) \right\}_{i=1}^M, \quad i = 1, \dots, M \quad (۸.ب)$$

مطابق با رابطه (ب.۱)، ساختار $STFDS$ در حالت بدون نویز و با فرض غیرهمبسته بودن منابع به صورت زیر بیان می‌شوند [۴۰]:

(۹.ب)

$$\rho_{y,y}(n,k) = A \rho_{s,s}(n,k) A^H$$

که در آن، $\rho_{s,s}(n,k)$ توزیع TF بردار منبع $\mathbf{s}(n)$ است.

ب-۲. سفید کردن داده‌ها

ماتریس W را با ابعاد $N \times M$ و $N \geq M$ در نظر بگیرید به طوری که $(WA)(WA)^H = UU^H = I$ ، که در آن $U = WA$ با ابعاد $N \times N$ ماتریس واحد، A ماتریس مخلوط و $(\cdot)^H$ عملگر ترانپوزده موهمی^۴ باشد، در این صورت ماتریس W به عنوان ماتریس سفیدکننده نامیده می‌شود و برابر است با:

 $W =$

$$[(\lambda_1 - \sigma^2)^{-1/2} \mathbf{h}_1 \quad \dots \quad (\lambda_n - \sigma^2)^{-1/2} \mathbf{h}_n]^H \quad (۱۰.ب)$$

در آن، λ_1 و \mathbf{h}_1 به ترتیب اولین مقدار ویژه و بردار ویژه ماتریس خودهمبستگی بردار $\mathbf{y}(n)$ است. با ضرب ماتریس W در قبل و بعد $\rho_{y,y}(n,k)$ ، نقاط (n,k) مؤلفه‌های ماتریس‌های $STFDS$ به فرم زیر سفید می‌گردند:

(۱۱.ب)

$$\rho_{y,y}(n,k) = W \rho_{y,y}(n,k) W^H = U \rho_{s,s}(n,k) U^H$$

با انتخاب نقاط مؤلفه‌های خودی (n,k) ، ماتریس‌های $^{\text{auto}}TFDS$ ساختار سفید شده زیر را خواهند داشت:

$$\rho_{y,y}^{\text{auto}}(n,k) = W \rho_{y,y}^{\text{auto}}(n,k) W^H = U \rho_{s,s}^{\text{auto}}(n,k) U^H$$

که در آن، $\rho_{s,s}^{\text{auto}}(n,k)$ ماتریس قطری است. به طور مشابه، با انتخاب نقاط مؤلفه‌های متقاطع (n,k) ، ماتریس‌های $^{\text{cross}}TFDS$ ساختار سفید شده زیر را خواهند داشت:

$$\rho_{y,y}^{\text{cross}}(n,k) = W \rho_{y,y}^{\text{cross}}(n,k) W^H = U \rho_{s,s}^{\text{cross}}(n,k) U^H \quad (۱۳.ب)$$

$$U \rho_{s,s}^{\text{cross}}(n,k) U^H$$

در حل فرایند BSS انجام مرحله سفید کردن داده‌ها نوعی محدودیت بر روی داده‌ها محسوب می‌گردد که امکان جداسازی از طریق یک تبدیل متعامد را فراهم می‌کند. ضمن این که عدم به کارگیری آن منجر به ایجاد محدودیت بر عملکرد قابل حصول می‌گردد [۴۰].

