

## The Presentation of an Active Cyber Defense Model for Application in Cyber Deception Technology

K. Dadashtabar Ahmadi, M. Mahmoudbabouei

\*Assistant Professor Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 22/08/2021, Accepted: 29/10/2021)

### ABSTRACT

*In recent years, the violation of the privacy of information and communication networks, which are more commonly known as cyber-attacks, has been increasing exponentially. These network breaches range from direct attacks on government infrastructure to populist activism and theft. This trend has increased the social and political awareness of users. The active cyber defense is a mechanism to protect computer devices, networks and digital devices against cyber-attacks and destructive intrusions. The function of active cyber defense is to actively seek to infiltrate or engage with the perpetrators of cyber incidents. The reaction of the defenders has always caused an imbalance between their activities and the attackers. Attackers have always used the network as a platform to strengthen their attacks to increase the intensity of attacks. In this study, we have used the Markov model to model and show the inherent difference in the performance of users and network intruders, with the distinction that the proposed model is different from the automatic patch and Moran trend and is more similar to the voter model. The proposed dynamic system model is based on the field average approximation, which purposefully determines the performance of active cyber defense. The imbalance between defenders and attackers in this proposed model is eliminated and according to the proposed dynamics and network conditions, we have provided a platform for the interaction of defenders and attackers to examine the performance of power functions in different situations. In the simulations, the performance of attackers and defenders is examined and according to the results obtained in the diagrams mentioned in the final part of the article, it is shown how to use the active cyber defense at the right time so that we can use this defensive approach in the right situation .*

**Keywords:** : Active Cyber Defense, Cyber Security, Markov Chain, Cyber Dynamic

\* Corresponding Author Email: [dadashtabar@mut.ac.ir](mailto:dadashtabar@mut.ac.ir)

## ارائه مدلی برای دفاع سایبری فعال به منظور کاربرد در فناوری فریب سایبری

کوروش داداش تبار احمدی<sup>۱\*</sup>، محمد محمودبابویی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، ۲- کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۳۱، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۰۷)

### چکیده

در سال‌های اخیر نقض حریم شبکه‌های اطلاعاتی و ارتباطی که بیشتر بانام حملات سایبری شناخته می‌شوند، به صورت نمایی در حال افزایش است. این نقض‌های شبکه از حمله مستقیم به زیرساخت‌های دولت گرفته تا هکتیویسم پوپولیستی و سرقت را شامل می‌شود. این روند سبب افزایش آگاهی اجتماعی و سیاسی کاربران گردیده است. دفاع سایبری فعال مکانیزی جهت محافظت از دستگاه‌های کامپیوتری، شبکه و ابزارهای دیجیتال در برابر حملات سایبر و نفوذهای تخریب پذیر است. عملکرد دفاع سایبری فعال بدین صورت است که به دنبال نفوذ یا درگیر شدن با عاملان حوادث سایبر به صورت فعال خواهد بود. واکنشی عمل نمودن مدافعین همیشه سبب عدم توازن میان فعالیت‌های آن‌ها با مهاجمین بوده است. مهاجمین همیشه از شبکه به عنوان بستری جهت تقویت حملات خود بهره گرفته تا سبب افزایش شدت حملات شوند. در این تحقیق از مدل مارکوف برای مدل سازی و نمایش تفاوت ذاتی عملکرد کاربران و نفوذ گران شبکه بهره برده ایم، با این تفاوت که مدل ارائه شده با وصله خودکار و روند موران متفاوت بود و بیشتر به مدل رای دهندگان شباهت داشت. مدل سیستم دینامیکی ارائه شده بر اساس تقریب میانگین میدان است، که به طور هدفمند کارایی دفاع سایبری فعال را مشخص می‌نماید. عدم توازن بین مدافعین و مهاجمین در این مدل پیشنهادی از بین رفته و با توجه به دینامیک پیشنهادی و شرایط شبکه، بستری برای تعامل مدافعین و مهاجمین فراهم نموده ایم تا عملکرد توابع قدرت را در شرایط مختلف بررسی نماییم. در شبیه سازی صورت گرفته عملکرد مهاجمین و مدافعین بررسی گردید و با توجه به نتایج به دست آمده در نمودارهای مورد اشاره در بخش پایانی مقاله نحوه استفاده از دفاع سایبری فعال در زمان مناسب نشان داده شد تا بتوانیم در موقعیت مناسب از این رویکرد دفاعی بهره گیری نماییم.

کلیدواژه‌ها: دفاع سایبری فعال، امنیت سایبری، زنجیره مارکوف، دینامیک سایبری

### ۱- مقدمه

مفهوم دفاع سایبری فعال کمتر از یک دهه است که در ادبیات ما ظهور پیدا کرده است برای مثال، کرم خوب<sup>۱</sup> (سفید) که برای شناسایی، مبارزه یا از بین بردن کرم بد مورداستفاده قرار گرفته است. با این وجود مطالعات اولیه‌ای که انجام گرفت فقط بر روی مسائل قانونی متمرکز بود [۸-۱]. از سویی دیگر دفاع سایبری فعال به نوعی مورداستفاده قرار گرفته بود (کرم wechia که تلاش کرده بود تا کرم Blaster را از رایانه‌های آلوده بیرون کند [۴ و ۹])، و این گونه به نظر می‌آمد که دفاع سایبری فعال در آینده نزدیک اجتناب ناپذیر خواهد بود و باید به این سمت حرکت کرد [۶، ۱۰ و ۱۱]. بنابراین باید به طور سامانمند<sup>۳</sup> کارایی دفاع سایبری فعال را مشخص کنیم.

### ۲- روش تحقیق

ما کارهای قبلی مرتبط را بر اساس دو منظر طبقه بندی می‌کنیم:

۱. مشکل عدم توازن بین مدافعین و مهاجمین
۲. رویکردهای به کار رفته جهت حل مشکل

امنیت سایبری یکی از مسائل مهم و حیاتی است که شامل تعدادی از فن‌ها و رویکردها برای ایمن سازی شبکه، زیرساخت‌های دیجیتالی و همچنین دستگاه‌های وابسته به آن‌ها را در برمی گیرد. به دنبال چندین حادثه مهم در سال‌های ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۲ اقدام کنندگان بین المللی به یکی از جنبه‌های خاص امنیت سایبری توجه کرده اند که، دفاع سایبری نام دارد. در نتیجه در پی شدت یافتن این گونه حوادث و مطرح نمودن ادعاهایی مربوط به دخالت دولت‌ها و همچنین مطرح شدن در سطح سیاست‌های ملی سبب بررسی منافع دیجیتال گردید.

ACD<sup>۱</sup> مفهومی است که مبتنی بر استفاده از ابزارهایی است که نه تنها حوادث سایبری را در هنگام وقوع شناسایی و متوقف می‌کند، بلکه اقدامات تهاجمی را برای به حداقل رساندن قابلیت‌های مهاجمان انجام می‌دهد. علاوه بر این می‌تواند از طریق انواع راه حل‌های فنی مانند استقرار طعمه یا هک کردن شبکه مهاجم اقداماتی را جهت خنثی سازی فعالیت‌های صورت گرفته انجام دهد.

\*رایانامه نویسنده مسئول: dadashtabar@mut.ac.ir

<sup>۱</sup> Active Cyber Defense



اساس تقریب میانگین میدانی مدل فرآیند تصادفی اختصاصی<sup>۱۰</sup> است. تقریب میانگین میدان اولین قدم قابل قبول برای مطالعه مشکلاتی نظیر فرآیند دفاع فعال برای مدافع سایبری در تحقیق حاضر است. رویکرد دوم مقابله مستقیم با فرآیندهای اختصاصی است که در ساختار شبکه اتفاق می افتد. این روش سختگیران تر از رویکرد تقریبی میانگین میدان است، اما غالباً پس از برقراری تفاهم مبتنی بر رویکرد میانگین میدانی دنبال می شود [۳۷]. به عنوان مثال، رفتار آستانه و نتیجه نهایی SIR<sup>۱۱</sup> فرآیند اپیدمی در شبکه های تصادفی با خوشه ها (اجتماعات) که در آن بررسی می شوند [۱۹ و ۲۰]، در نظر بگیرید، روند اپیدمی SIR در دو مرحله: بیماری همه گیر SIR در خوشه ها گسترش می یابد (گسترش محلی) و سپس اپیدمی SIR در خوشه ها پخش می شود. برای آن مطالعات، استفاده از تخمین فرآیند شاخه ها امری منطقی است، زیرا لازم است فقط در مورد عفونت های اولیه کوچک توجه شود (به عنوان مثال، مرحله اولیه شیوع بیماری همه گیر) و از آنجا که مفهوم نسل، زادوولد در مدل SIR به خوبی تعریف شده است. نویسندگان یک قضیه دشوار حد مرکزی را تحت شرایط خاص به دست می آورند [۱۵]. در یک تحقیق دیگر، SIS<sup>۱۲</sup> را بررسی می کند روند تماس [۳۸] در نمودارهای تصادفی که از طریق پیوست ترجیحی ایجاد می شوند [۳۹]. این مطالعه دقیق نتیجه آستانه را تأیید می کند [۳۷] که از تقریب میانگین میدان به دست آمده، یعنی آستانه همه گیری شبکه ها بدون مقیاس صفر است. در [۱۸] نویسندگان هر دو مدل SIR و SIS را در نمودارهای تصادفی با قانون توزیع درجه قدرت را مطالعه نمودند. بهبود برخی از نتایج در [۱۸ و ۲۲] و [۲۳] نشان داده شده است که زمان انقراض همه گیری برای فرآیند تماس در گراف های تصادفی قانون - قدرت به صورت نمایی در تعداد گره ها رشد می کند، و در [۲۲]، حدهای به دست آمده در تراکم گره های آلوده به دست می آیند.

### ۳-۱- مدل دفاع سایبری فعال

سیستم سایبری مورد مطالعه متشکل از کامپیوترهای شبکه ای / گره های جمعیت محدود است. یک کامپیوتر دو حالت دارد: به خطر افتاده یا در امنیت به سر می برد (برای مثال آسیب دیده اما امن نیست). ممکن است بگوییم که یک کامپیوتر در خطر افتاده توسط یک مهاجم اشغال شده است، و یک کامپیوتر امن توسط مدافع (اشغال شده) است. دشمن می تواند با بهره برداری از آن، کامپیوتر دیگری را نیز به خطر بیندازد (به عنوان مثال Zero-Day یا Unpatched). حملات شبیه به بدافزار<sup>۱۳</sup> هستند، به این معنی

از منظر مشکل مورد بررسی توجه داشته باشیم که همه مطالعات موجود در ریاضی در این تحقیق مدنظر ما هست. توصیف نتیجه دفاع واکنشی تحت شرایط مختلف پارامتری (برای مثال [۲۳-۱۲]) بدین صورت هست. این مطالعات به طور اساسی کارهای پیشگامان را تعمیم می دهد [۲۴ و ۲۵]، که مبتنی بر مدل های همه گیر همگن<sup>۱</sup> در دستگاه های بیولوژیکی بود [۲۶-۲۸]. برای مثال حتی برای کارهای اخیر [۲۱]، که دینامیک حمله - دفاع<sup>۲</sup> بین یک مدافع و چند مهاجم که علیه یکدیگر می جنگند را نیز مورد مطالعه قرار می دهد، دفاع هنوز واکنشی است. در مقابل، تحقیق حاضر یک مشکل جدید را معرفی می کند، یعنی توصیف نتیجه دفاع فعال<sup>۳</sup> در شرایط مختلف مدل پارامتر (که شامل گراف<sup>۴</sup> و ساختار شبکه) بررسی می شود.

### ۳- کارهای مرتبط

سال هاست که بحث فنی پدافند سایبری فعال مطرح شده است [۸-۱] با این وجود کمتر به مدل ریاضیاتی دفاع سایبری فعال توجه شده است، البته دفاع فعال ما را به یاد مدل رای دهندگان<sup>۵</sup> می اندازد، (برای مثال می توان [۳۳-۲۹] را نام برد)، که به موجب آن هر گره می تواند در هر مرحله از زمان وضعیت یکی از همسایگان خود را به طور تصادفی تصرف کند. با این وجود، مدل رای دهنده موجود در مدل دفاع سایبری فعال ما با توابع رزمی<sup>۶</sup> خطی قدرت مطابقت دارد (مفهوم تابع رزمی بعداً معرفی خواهد شد).

در مقابل، ما توابع رزمی غیرخطی عمومی را مطالعه می کنیم، که توضیح می دهد که چرا فنون تجزیه و تحلیل الگوی رای دهندگان نمی تواند با مدل دفاع اینترنتی فعال ما مقابله کند. سرانجام، گفتنی است دفاع سایبری فعال با پچ<sup>۷</sup> خودکار متفاوت است [۳۴]، زیرا ممکن است مهاجم بسیاری از رایانه ها را به خطر بیندازد و اینکه مدل دفاع سایبری فعال ما با روند موران<sup>۸</sup> متفاوت است [۳۵ و ۳۶]، که پویایی جهش گره های همگن را در نظر می گیرد. از منظر فن های که برای مقابله با مشکل اپیدمی با ساختار شبکه بهره برداری می شود [۲۳-۱۳]، عمدتاً دو رویکرد وجود دارد. اولین رویکرد استفاده از تقریب میانگین میدان<sup>۹</sup> است (برای مثال [۲۸]). مدل سیستم دینامیکی ما نیز بر

<sup>1</sup> Homogeneous

<sup>2</sup> Attack-Defense

<sup>3</sup> Active Defense

<sup>4</sup> Graph

<sup>5</sup> Voter Model

<sup>6</sup> Combat Power

<sup>7</sup> Patch

<sup>8</sup> Moran Process

<sup>9</sup> Mean-Field Approximation

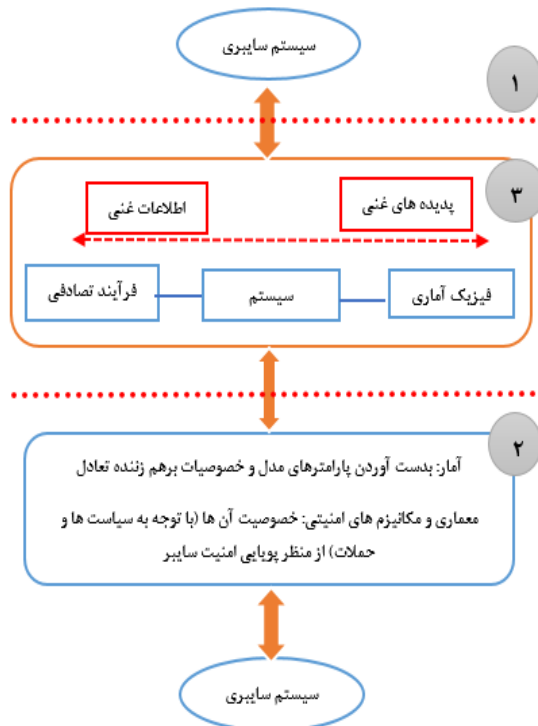
<sup>10</sup> Native

<sup>11</sup> Susceptible-infectious-removed

<sup>12</sup> Susceptible-infectious-susceptible

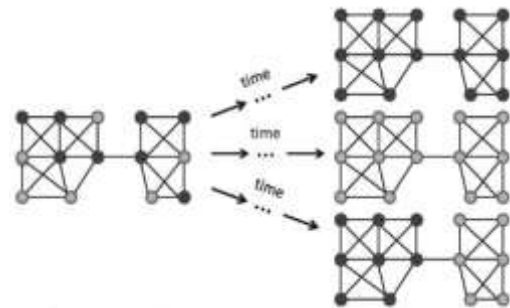
<sup>13</sup> Malware

استفاده نموده است. او با استفاده از یک درخت پسوندی، مدل‌های مارکوفی با مرتبه مختلف را پیاده‌سازی کرده و سپس در یک مدل مارکوف با طول متغییر تلفیق نمود. فاوا از یک مدل مارکوف با طول متغییر که شامل چندین رد حمله مشاهده شده است، رفتار و مراحل آتی حملات احتمالی را استنتاج می‌نماید [۱]. به‌طور کلی می‌توان گفت ما در حال بررسی حوزه جدید دینامیک امنیت سایبری هستیم، که پایه و اساس علم امنیت سایبری است. دینامیک امنیت سایبری اغلب چهارچوبی را ارائه می‌دهد که می‌تواند توصیف، تجویز و پیشگویی را در خود جای دهد و می‌تواند با استفاده از روش‌های مختلف ریاضی مورد مطالعه قرار گیرد. برای مثال ما می‌توانیم پدیده‌های امنیت سایبری ارائه شده توسط دینامیک را مشخص کنیم و عوامل یا قوانین حاکم بر تکامل را مشخص کنیم. این مسئله عجیب نیست که دینامیک امنیت سایبری الهام گرفته از مدل‌های همه‌گیر دستگاه‌های زیستی باشد، چراکه محققان در تلاش برای طراحی و ساخت دستگاه‌های کامپیوتری هستند که می‌توانند ویژگی‌های ظریف دستگاه‌های زیستی (به‌ویژه بدن) را از طریق مفاهیمی مانند سیستم ایمنی مصنوعی تقلید کنند. این مفاهیم الهام گرفته شده از سامانه‌های تعاملی است، و توسط پایه مالی خرد در اقتصاد (یعنی پارامترهای اقتصاد کلان به‌طور ایدئال از برخی مدل‌های خرد اقتصاد استخراج می‌شوند) بیان می‌شود. در شکل زیر می‌توان نمای کلی از دینامیک را مشاهده کنیم.



شکل (۲). دینامیک پیشنهادی کلی سیستم

که رایانه‌های به خطر افتاده می‌توانند به شیوه‌ای همه‌گیر و رایج به رایانه‌های آسیب پذیر حمله کنند. با دفاع سایبری فعال، مدافع می‌تواند مکانیزم‌های شبیه به (کرم<sup>۱</sup> خوب) را در شبکه‌ها پخش کند (همان‌طور که کرم‌های مخرب گسترش می‌یابند) شناسایی و (پاک‌سازی) رایانه‌های به خطر افتاده را انجام دهد. تعامل بین حمله سایبری و دفاع سایبری فعال یک ساختار متقابل حمله و دفاعی را ایجاد می‌کند، یک توپولوژی گراف را نشان می‌دهد که چگونه گره‌های به خطر افتاده را به گره‌های امن و چگونگی استفاده از گره‌های ایمن در دفاع سایبری فعال برای تمیز کردن گره‌های به خطر افتاده را به نمایش می‌گذارد. ما می‌گوییم که یک مدافع (مهاجم) در صورتی استراتژیک است که در ابتدا گره‌های درجه بزرگ گراف با احتمالات بالاتر را اشغال کند. تعامل حمله-دفاع منجر به تکامل وضعیت امنیت سایبری کل سیستم سایبر می‌شود. ما نشان می‌دهیم که



شکل (۱): سه حالت موجود در شبکه پیشنهادی

تکامل حالت در شکل (۱)، جایی که یک دایره توپر (مشکی) به معنای (امن) و یک دایره توخالی (خاکستری) به معنای (در معرض خطر) است. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، تکامل حالت می‌تواند پدیده‌های غنی را به نمایش بگذارد (برای مثال وجود انواع مختلف تعادل). در سطح بالا، هدف این پژوهش شناسایی این مسئله است که چگونه این تکامل توسط وضعیت اولیه، توپولوژی گراف، مؤلفه‌ها، و استراتژی‌های مهاجم / مدافع اداره می‌شود. ویژگی‌های موجود این امکان را به ما می‌دهد تا به برخی از سؤالات اساسی پاسخ دهیم، از جمله اینکه در چه شرایطی وضعیت امنیت سایبر به سمت تعادل کاملاً امن حرکت خواهد کرد [۲۱، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۱۳].

### ۳-۲- مدل اختصاصی فرآیند مارکوف

زنجیره‌های مارکوف، از پراستفاده‌ترین فنون احتمالاتی در زمینه کشف نفوذ می‌باشند چراکه برحسب نرخ نفوذ و نرخ هشدارهای غلط، عملکردی بهتری را از خود نشان می‌دهند [۱]. دنیل فاوا در [۲۱] از مدل‌های مارکوف برای مدل‌سازی ترتیبی تجسم حملات

<sup>1</sup> Worm

در ابتدا به بیان نمادها و علائم پرداخته می‌شود:

جدول (۱): علائم و فرمول‌ها

عنوان	علامت اختصاری
گراف/شبکه که چکیده سیستم سایبر است	$G = (v, E)$
$N_v\{u \in V: (u, v) \in E\}$	$N_v$
تعداد یال یک گره	$\text{deg}(v)$
قدرت توان نمایی	$\gamma$
شاخص توان تابع مبارزاتی در دینامیک نوع اول و دوم	$\sigma, \tau$
حالت یک گره در زمان $t$	$\xi_v(t)$
احتمال امن بودن یک گره در زمان $t$	$B_v(t)$
احتمال به خطر افتادن یک گره در زمان $t$	$R_v(t)$
متوسط تعداد میانگین گره‌های امن در زمان $t$	$\alpha = \frac{1}{n} \sum_{v \in V} B_v(0)$
حالت رندم گره‌های امن در زمان $t=0$	$s$
احتمال تغییر حالت گره امن به حالت به خطر افتاده در زمان $t$	$\theta_{vBR}(t)$
احتمال تغییر حالت گره به خطر افتاده به حالت امن در زمان $t$	$\theta_{vRB}(t)$

به طور کلی حمله/دفاع سایبری روی یک ساختار شبکه / گراف محدود صورت می‌گیرد.  $G = (v, E)$  که  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  حالت گره‌ها/ کامپیوترها و  $E$  شامل تنظیمات یال‌ها/قوس‌ها  $(u, v)$  زیرمجموعه  $E$  نمی‌باشند (برای مثال self-loop در این مسئله وجود ندارد). یک نقطه در هر زمان  $v \in V$

دارای دو حالت هست: امن، بدین معنی است که (به‌عنوان مثال آسیب‌پذیر<sup>۱</sup> اما به‌وسیله مهاجم در معرض خطر نیست یا در حال حاضر به خطر نیفتاده است) یا در معرض خطر به این معنی است که توسط مهاجم به خطر افتاده است. گره‌ها حالت‌هایشان تغییر خواهد کرد و این مطلب اشاره به این موضوع دارد که یک گره امن دوباره به امن ساختن خود نمی‌پردازد و یک گره آسیب‌دیده دوباره برای در معرض خطر دادن خود اقدامی انجام نخواهد داد. از آنجاکه مطالعه ما برای گراف‌های جهت‌دار و بدون جهت صورت می‌گیرد، ما تمرکز خود را بر روی گراف‌های بدون جهت می‌گذاریم. ما هیچ محدودیت قابل توجهی در  $G$  ایجاد نمی‌کنیم، چون در زندگی واقعی،  $G$  می‌تواند هر ساختاری داشته باشد. این به یک روش استاندارد در مطالعات توصیفی امنیت سایبری تبدیل شده است (برای مثال می‌توان به [۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۷، ۲۱] اشاره نمود). ساختار مدلسازی دینامیک ریاضی حاصله که نشان دهنده تعامل میان مدافعین و مهاجمین در ساختار شبکه گرافی بوده است بر اساس تئوری‌های بیان شده در [۳، ۵] می‌باشد.

حالت گره  $v \in V$  به‌صورت تصادفی، متغیر است  $\xi_v(t) \in \{0, 1\}$ :

$$\xi_v(t) = \begin{cases} 1 & \text{در زمان } t \text{ امن است } v \in V \\ 0 & \text{در زمان } t \text{ در معرض خطر است } v \in V \end{cases} \quad (1)$$

به همین ترتیب، ما تعریف می‌کنیم

$$\begin{aligned} B_v(t) &= P(\xi_v(t) = 1) \\ R_v(t) &= P(\xi_v(t) = 0) \end{aligned} \quad (2)$$

همان‌طور که نشان داده می‌شود به‌وسیله  $\tilde{\theta}_{v, BR}(t)$  نرخ تغییر حالت  $v$  از حالت امن به حالت در معرض خطر متغیر هست که این مسئله نسبت به همسایگانش تنظیم می‌شود. شبیه همین مطلب نیز برای  $\tilde{\theta}_{v, RB}(t)$  برقرار است، نرخ تغییر حالت گره به خطر افتاده به حالت امن به‌صورت تصادفی تعیین می‌شود. تغییر حالت  $v \in V$  به‌طور طبیعی به‌عنوان مثال فرآیند مارکوف توصیف می‌شود (که مکمل<sup>۲</sup> مارکوف هست یا خود مارکوف هست) برای اهداف مرجع با احتمالات انتقال زیر:

$$\begin{aligned} P(\xi_v(t + \Delta t) = 1 | \xi_v(t)) &= \begin{cases} \Delta t \cdot \tilde{\theta}_{v, RB}(t) + o(\Delta t) & \xi_v(t) = 0 \\ 1 - \Delta t \cdot \tilde{\theta}_{v, BR}(t) + o(\Delta t) & \xi_v(t) = 1 \end{cases} \\ P(\xi_v(t + \Delta t) = 0 | \xi_v(t)) &= \begin{cases} \Delta t \cdot \tilde{\theta}_{v, BR}(t) + o(\Delta t) & \xi_v(t) = 1 \\ 1 - \Delta t \cdot \tilde{\theta}_{v, RB}(t) + o(\Delta t) & \xi_v(t) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

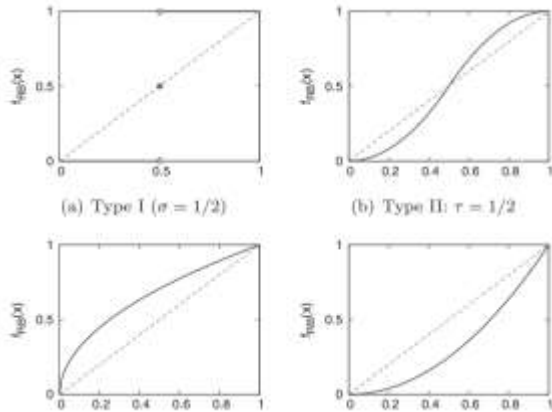
<sup>1</sup> Vulnerable

<sup>2</sup> Compromised

<sup>3</sup> Rate

<sup>4</sup> dubbed

راه اندازی می شود. در این تحقیق ما چهار نوع تابع مبارزه داریم، به عنوان مثال ما در شکل زیر دو تابع مبارزه دارای آستانه را شاهد هستیم و دو شکل دیگر بدون آستانه می باشند.



شکل (۳): نمودار چهار نوع دینامیک پیشنهادی

نوع یک (a) دارای حد آستانه  $\epsilon \in (0,1)$  و تعریف می شود:

$$\theta_{vRB}(t) = f_{RB} \left( \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) \right) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) > \sigma \\ 0 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) < \sigma \\ \frac{1}{2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

به صورت شهودی، مدافع از مهاجم قوی تر است زمانی  $\sigma < \frac{1}{2}$ ، و قدرتش کمتر از مهاجم می شود زمانی که  $\sigma > \frac{1}{2}$ ، و برابری قدرت زمانی با مهاجم رخ می دهد که  $\sigma = \frac{1}{2}$ .

نوع دوم (b) دینامیک دارای آستانه  $\tau \in (0,1)$ ، ما تعریف می کنیم  $f_{RB}(x)$  محدب و  $f_{RB}(x) < x$  برای  $x \in [0, \tau)$ ،  $f_{RB}(x) = 0$  و  $f_{RB}(x) = 1$  علاوه به این،  $f_{RB}(\cdot)$  در فواصل  $[0, \tau)$  و  $[\tau, 1]$  در حال افزایش و پیوسته هستند. این گونه توابع سیگموئید<sup>۴</sup> نامیده می شوند. به طور شهودی مدافع قدرتش بیشتر است وقتی که  $\tau < \frac{1}{2}$  و قدرتش کمتر از مدافع است وقتی که  $\tau > \frac{1}{2}$ ، و برابری قدرت زمانی با مدافع اتفاق می افتد که  $\tau = \frac{1}{2}$ . نوع سوم (c) دینامیک تابع مبارزه به صورت مقعر است و شامل افزایش در بازه  $[0,1]$ ،  $f_{RB}(x) > x$  برای  $x \in (0,1)$  و  $f_{RB}(x) = 0$  و  $f_{RB}(x) = 1$  به صورت شهودی مدافع پیش رفته تر از مهاجم است. (برای مثال مدافع دارد از برتری تابع مبارزه استفاده می کند). نوع چهارم (d) تابع مبارزه به شکل محدب است. و

همان طور که گفتیم  $\Delta t \rightarrow 0$ . نشان داده می شود که به وسیله  $N_v \{u \in V : (u, v) \in E\}$  مجموعه همسایه های گره  $v \in V$ . از آنجاکه نرخ  $\tilde{\theta}_{v, RB}(t)$  و  $\tilde{\theta}_{v, BR}(t)$  به طور طبیعی توسط حالات تصادفی همسایه ی گره مشخص می شوند، ما از توابع تعیین کننده و احتمالاً غیرخطی استفاده می کنیم  $f_{RB}(\cdot): R \rightarrow [0,1]$  و  $f_{BR}(\cdot): R \rightarrow [0,1]$  که به ترتیب نرخ رندم را به صورت  $\tilde{\theta}_{v, RB}(t)$  و  $\tilde{\theta}_{v, BR}(t)$  تعریف می کنیم و در زیر بدین صورت نشان می دهیم:

$$\tilde{\theta}_{v, RB}(t) = f_{RB} \left( \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} \xi_v(t) \right) \quad (4)$$

$f_{RB}(\cdot)$  و  $f_{BR}(\cdot)$  به عنوان تابع مبارزه در نظر گرفته می شود، زیرا این توابع خلاصه توانایی قدرت مبارزه را دارا می باشند. می توان توجه داشت که نتایج فوق یادآور مدل موسوم به رای دهندگان است [۲۹]، که در آن یک گره (حالت) خود را با توجه به همسایه تصادفی موجود و با بهره گیری از فرآیند پواسون<sup>۱</sup> که دارای نرخ ثابت تغییر هست، تغییرات را انجام دهد. این کار به این مدل اجازه می دهد تا به یک فرآیند دوگانه<sup>۲</sup> تبدیل شود که در زمان به عقب کار کند و به یک گام تصادفی تبدیل شود، که باعث قابل کنترل شدن آن می شود [۲۹]. متقابلاً در این مدل، حالت یک گره خود را مطابق با نرخ که ثابت نیست تغییر می دهد، اما در عوض به صورت غیرخطی به حالات همسایگان بستگی دارد. این غیرخطی بودن مانع از تبدیل شدن مدل فرآیند مارکوف اختصاصی به یک ولگشت<sup>۳</sup> تبدیل می شود، و به معنی این است که فن مورد استفاده در مطالعات قبلی جواب گوی ما نخواهد بود. این مشکل ناشی از غیرخطی بودن هست بنابراین باید مدل فرآیند مارکوف اختصاصی را به عنوان مثال مدل سیستم دینامیکی قابل تجزیه و تحلیل ساده کنیم.

### ۳-۳- تنظیم مدل سیستم پویا از طریق توابع ویژه مبارزه خاص

به یاد بیاورید که عملکرد توابع ویژه مبارزه  $f_{RB}(\cdot)$ ، هست و خلاصه قدرت مدافعی علیه مهاجمین نیز هست. باید خواص مورد انتظار را برآورده سازیم:

$$f_{RB}(0) = 0 \quad (1)$$

$$f_{RB}(1) = 1 \quad (2)$$

$$f_{RB}(\cdot) \text{ به صورت یکنواخت افزایش می یابد.} \quad (3)$$

همانطور که در شکل نمایان است، بیشتر گره های امن در اطراف گره های به خطر افتاده هستند، این مسئله شانس بزرگی برای گره های آسیب دیده است چراکه دفاع فعال توسط مدافعیین

<sup>1</sup> Poisson Process

<sup>2</sup> dual

<sup>3</sup> Random walk

<sup>4</sup> sigmoid

مستقل از مطالعات قبلی، جایی که  $0 \leq P \leq 1$  به فرض

$$[(d_{max}(n))] \leq \sum_{k=1}^n d_k(n) \quad [۴۰].$$

### ۳-۵- مشخسه‌های نوع اول دینامیک دفاع سایبری فعال

در این بخش ما ابتدا دفاع سایبری فعال را با مدافع غیراستراتژیک در شبکه‌های دلخواه<sup>۱</sup> عنوان می‌کنیم، که در ابتدا با احتمال یکسان برای همه گره‌ها اشغال را انجام می‌دهد. ما سپس بررسی می‌کنیم بیشتر موارد دشوار برای مدافع استراتژیک با درجه مستقل  $B_v(0) \propto \deg(v)$  را مدل تعمیم‌یافته گراف تصادفی که مدافع در ابتدا به اشغال گره‌های با درجه بالا می‌پردازد. (برای مثال گره‌های با درجه بالا که احتمال حفاظتشان بهتر است).

### ۳-۵-۱- مشخسه‌های نوع اول دینامیک با مدافع غیراستراتژیک

دینامیک نوع اول برای مدافع غیراستراتژیک این مطالب را عنوان می‌کند که آیا دفاع سایبری فعال می‌تواند به صورت خودکار به پاک‌سازی شبکه داخلی بپردازد و همین‌طور روش‌های تصمیم‌گیری برای رسیدن به تعادل که ما نیاز داریم را نشان می‌دهد.

اصل کلی حاکم برای این نوع دینامیک، ما دارای یک شبکه خودسرانه‌ای هستیم که دارای حد آستانه معین و با توجه به معادله در شبکه گرافی داریم:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} B_v(t) &= \theta_{vRB}(t)(1 - B_v(t)) \\ &\quad - \theta_{vBR}(t) \cdot B_v(t) \\ &= \theta_{vBR}(t) - B_v(t) \end{aligned} \quad (۹)$$

اگر  $\sigma > \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0)$  آن‌وقت برای گره‌های عضو شبکه ما داریم که،  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) > \sigma$  که برای گره‌های عضو شبکه این نامساوی برقرار هست و گره‌های کوچک عضو شبکه که در اختیار مدافعین می‌باشند رفتار یکنواخت افزایشی را ادامه خواهند داد. اگر  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) < \sigma$  آن‌وقت برای گره‌های عضو شبکه ما داریم که،  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) < \sigma$  که برای گره‌های عضو شبکه این نامساوی برقرار هست و گره‌های بزرگ عضو شبکه که در اختیار مدافعین هست رفتار یکنواخت کاهشی را از خود نشان خواهند داد.

افزایش دارد در بازه  $[0,1]$ ، برای  $x \in (0,1)$  و  $f_{RB}(x) = 1$ ،  $f_{RB}(x) = 0$  به صورت شهودی، مدافع نسبت به مهاجم پیش رفته تر نیست. توجه کنید که تابع نوع چهار دوگان تابع نوع سوم است. اساس چهار نوع تابع مبارزه بالا را ما با تمرکز بر این موضوع باهم ترکیب می‌کنیم.

$$\theta_{vBR}(t) = 1 - \theta_{vRB}(t) \quad (۶)$$

با ترکیب معادله دینامیکی کلی و فرمول بالا، به بهینه شدن فرمول کلی دینامیکی برای یک نقطه می‌رسیم که بدین شرح است:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} B_v(t) &= \theta_{vRB}(t)(1 - B_v(t)) - \theta_{vBR}(t) \cdot B_v(t) \\ &= \theta_{vBR}(t) - B_v(t) \end{aligned}$$

وظیفه اصلی ما توصیف این چهار نوع مدل دینامیکی هست، یعنی پویایی این چهار نوع تابع مبارزه را نشان دهد.

برای مثال ما برای تابع نوع یک داریم:

$$\theta_{vBR}(t) = f_{BR} \left( \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} [1 - B_u(t)] \right) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} [1 - B_u(t)] > 1 - \sigma \\ 0 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} [1 - B_u(t)] < 1 - \sigma \\ \frac{1}{2} & otherwise \end{cases} \quad (۷)$$

ما می‌خواهیم، در بین موارد دیگر، نقش‌های آستانه مشخص شده در دینامیک‌های نوع ۱ و نوع دوم را مشخص کنیم، و نتایج ناشی از عدم وجود چنین آستانه‌هایی را در دینامیک انواع ۳ و ۴ را نشان دهیم.

### ۳-۴- شبکه گرافی پیشنهادی

ما برای شبیه‌سازی از دو شبکه گرافی ER و Power Law استفاده می‌کنیم. در شبکه ER ما توجهی به ساختار و توانایی ساختار شبکه نداریم و نتایج مستقل از نتایج احتمالاتی شبکه هست. در شبکه Power Law ما به توصیف منافع برای مدافع استراتژیک که در ابتدا گره‌های بزرگ با احتمالات بیشتر را اشغال می‌کند می‌پردازیم. به‌طور خاص پدیده ویژه مربوط به حداقل گسترش گره در خوشه‌ی گراف ER و احتمال بهینه پیوند میان گره‌ها در گراف Power Law به ترتیب به شرح زیر است:

$$\beta_k = \inf \frac{|N_v \cap V_k|}{\deg(v)}, \text{ where } N_v = \{u \in V : (u, v) \in E\}$$

$$P_{vu}(n) = \frac{d_u(n) d_v(n)}{\sum_{k=1}^n d_k(n)} \quad (۸)$$

<sup>۱</sup> Arbitrary networks

اثبات:

$$\begin{aligned} \alpha_k \beta_k > \sigma \text{ for all nodes in } V_k \\ \rightarrow \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) \\ \geq \frac{1}{\deg(v)} \alpha_k \cdot |N_v \cap V_k| \\ \geq \alpha_k \beta_k > \sigma. \end{aligned}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$$

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_k) \beta_k > 1 - \sigma \text{ for all nodes } V_k \\ \rightarrow 1 - \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) \quad (12) \\ \geq \frac{\deg(v)}{\deg(v)} - \frac{\alpha_k \cdot |N_v \cap V_k|}{\deg(v)} \\ - \frac{\frac{|N_v|}{|V_k|}}{\deg(v)} \\ = \frac{|N_v \cap V_k|}{\deg(v)} (1 - \alpha_k) \\ \geq (1 - \alpha_k) \beta_k \\ > 1 - \sigma \lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0 \end{aligned}$$

با توجه به شرایط بیان شده برای به دست آوردن شبکه توسط مدافعین و مهاجمین می توان چنین استنباط نمود که همیشه شرایط مدنظر ما پیش خواهد پس اگر حالت امنیت اولیه شبکه شرایط اصلی نوع اول دینامیک ما را برآورده نساخت، و همین طور مدافعین و مهاجمین نسبت به هم برتری نداشته باشند می توان این مسئله را عنوان نمود که در این شرایط ساختار شبکه نقش بسیار مهمی را برای ما ایفا می کند. در شبکه های خوشه ای دفاع سایبری فعال شاید بتواند به طور خودکار خوشه ها را پاک سازی نماید اما توانایی پاک سازی کل شبکه را دارا نیست. ما همیشه دو حالت را عنوان می کردیم یا در امنیت بودیم یا در معرض خطر قرار می گرفتیم، اما نوع دیگری از تعادل بیان شد که برخی از خوشه ها به خطر افتاده و برخی امن هستند. از آنجایی که ثبات تعادل تعریف سطح بالاتری برای ما هست و این دینامیک گنجایش عنوان آن را ندارد، باید به تعادلی با توجه به برخی از روش ها و الگوریتم های کلی دست پیدا کنیم تا موضوع ما را حل نماید. قبل از ارائه این قضیه ما بیان می کنیم که تعادلی مدنظر ما است که اگر یک همسایگی داشته باشد پایدار است، به گونه ای که تعداد نقاط در اختیار مهاجمین در هر لحظه از زمان در ابتدا همسایگی واقع شده باشد و به تعادل مدنظر ما خواهد رسید. ما تعادلی را تعادل پایدار می نامیم که با همگرایی نمایی اگر برای هر کدام از نقاط در اختیار مهاجمین در هر لحظه از زمان در همسایگی باشد پایداری مثبت ایجاد کند (در حالت امن باشد).

### ۳-۵-۲- شرایط کافی برای آنکه مدافعین (مهاجمین)

بتوانند شبکه را تحت اشغال خود در بیاورند

در این نوع از دینامیک که ما دارای یک شبکه خودسرانه با حد آستانه معین در شبکه گرافیکی هستیم اگر  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) > \sigma$  برای همه گره های عضو شبکه  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$  اگر  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) < \sigma$  برای همه گره های عضو شبکه  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0$ .

اثبات:

$$\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) > \sigma \rightarrow t \geq 0, v \in V.$$

$$\theta_{vRB}(t) = f_{RB} \left( \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) \right) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) > \sigma \\ 0 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) < \sigma \\ \frac{1}{2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

$$\theta_{vRB}(t) = 1 \rightarrow t \geq 0, v \in V.$$

از سیستم زیر چنین به دست می آید که:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} B_v(t) &= \theta_{vRB}(t) (1 - B_v(t)) - \theta_{vBR}(t) \cdot B_v(t) \\ &= \theta_{vRB}(t) - B_v(t) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} B_v(t) = \theta_{vRB}(t) - B_v(t) = 1 - B_v(t).$$

و منجر به مطالب زیر می شود:

$$B_v(t) = \exp(-t) B_v(0) + 1 - \exp(-t) \text{ و } \lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1 \quad (11)$$

### ۳-۵-۳- شرایط کافی برای آنکه مدافعین (مهاجمین)

نتوانند شبکه را تحت اشغال خود در بیاورند

در این دینامیک ما دارای شبکه خودسرانه خوشه ای هستیم که دارای حد آستانه معین در گراف تعیین شده هست. اگر ما  $B_v(0) = \alpha_k$  برای هر گره عضو  $V_k$  باشد و  $\beta_k$  حداقل گسترش گره ها در فرمول  $\beta_k = \inf \frac{|N_v \cap V_k|}{\deg(v)}$  باشند. اگر  $\alpha_k \beta_k > \sigma$  باشد برای همه گره های عضو  $V_k$  امنیت برقرار است و اگر  $(1 - \alpha_k) \beta_k > 1 - \sigma$  گره های عضو  $V_k$  به خطر افتاده اند.



## ۴-۵-۶- دفاع سایبری فعال با مدافع استراتژیک

اگر  $G(n) = (v(n), E(n))$  مثالی از  $n$  گره رندم در گراف توسعه یافته باشد بر طبق درجه به دست آمده از توالی  $(d_1(n), \dots, d_n(n))$  باشد. تعیین احتمال وابستگی درجه نقاط در اختیار مدافعین در لحظه صفر را ما تعیین می کنیم که حالت  $V$ ها (گره) را بر طبق مستقل بودن نقاط در اختیار مدافعین در لحظه صفر از هر چیز دیگری است، ما تنظیمات گره امن را چنین بیان می کنیم:

$$S = \{v: v \in V(n) \wedge B_v(0) = 1\} \quad (۱۴)$$

تابع تعریف شده برای امن بودن در لحظه صفر

$$\phi(n) = \frac{\sum_{v \in S} \deg(v)}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)} \quad (۱۵)$$

که در آن درجه  $\deg(v)$ ،  $V(n)$  در  $G(n)$  هست. قرار می دهیم:

$$S_{n,v}^2 = \sum_{u \in V(n)} B_u(0)^2 P_{vu}(n)(1 - P_{vu}(n))$$

$$q_{n,v} = \sum_{u \in V(n)} B_u(0)^3 P_{vu}(n)(1 - P_{vu}(n))[(1 - P_{vu}(n))^2 + P_{vu}(n)^2]$$

$$w_{n,v}^2 = \sum_{u \in V(n)} P_{vu}(n)(1 - P_{vu}(n)) \quad (۱۶)$$

$$g_{n,v} = \sum_{u \in V(n)} P_{vu}(n)(1 - P_{vu}(n))[(1 - P_{vu}(n))^2 + P_{vu}(n)^2]$$

فرض می کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{v \in V(n)} q_{n,v} / S_{n,v}^3 = 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{v \in V(n)} g_{n,v} / w_{n,v}^3 = 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\ln(n)} / d_{\min}(n) = 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{v \in V(n)} g_{n,v} \right) / \left( \sum_{v \in V(n)} w_{n,v}^2 \right)^{3/2} = 0. \quad (۱۷)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{v \in V(n)} q_{n,v} \right) / \left( \sum_{v \in V(n)} S_{n,v}^2 \right)^{3/2} = 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{v \in V(n)} \frac{1}{d_v^2} = 0.$$

اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \phi(n) > \sigma$  تقریباً مطمئن هستیم که  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$  برای همه گره های عضو شبکه به این اطمینان می رسیم که

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left( \lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1 \right) = 1 \quad (۱۸)$$

## ۴-۵-۳- روش و الگویی جهت رسیدن به تعادل پایدار

در الگو بیان شده در دینامیک نوع اول با مدافع استراتژیک که در یک شبکه خودسرانه گرافی با حد آستانه معلوم داریم:

$$B^* = [B_v^*]_{v \in V}$$

$$\bar{B}^* = [1 - B_v^*]_{v \in V}$$

$$B_v^* = \begin{cases} 1 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u^* > \sigma \\ 0 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u^* < \sigma \end{cases} \quad (۱۳)$$

برای همه گره های عضو شبکه برای هر دو  $B^*$  و  $\bar{B}^*$  معادله تعادلشان به صورت تعادل پایدار مجانبی<sup>۱</sup> هست که بدین صورت همگرایی اتفاق می افتد.

اگر  $B_v^* = \sigma$  برای تعدادی از گره های عضو شبکه  $B^*$  و  $\bar{B}^*$  ما به سمت ناپایداری می رویم. ما در شرایط گذشته بیان کردیم که دارای دو نوع تعادل امن و به خطر افتاده هستیم ولی در این الگوریتم به این مسئله رسیدیم که تعادل به صورت نمایی همگرا می شود.

## ۴-۵-۵- مشخصه های دینامیک نوع اول با مدافع استراتژیک

ما تحقیقاتمان را با مدافع استراتژیک ادامه می دهیم، در این نوع دینامیک که ما در ابتدا احتمال امن بودن گره  $V$  متناسب با درجه اش است. (برای مثال  $B_v(0) \propto \deg(v)$ ) ما این وضعیت را در مدل توسعه یافته گراف رندم را در مطالعات خود بررسی نموده ایم. این بدان معنی است، که روش های پیشنهادی ما لزوماً برای شبکه های دلخواه صحیح نیست. ما این محدودیت را با نتایج تحلیلی مناسب پوشش می دهیم، که شامل تعیین مزایای ساختار حمله-دفاع<sup>۲</sup> در شبکه گراف  $ER$  و گراف توان مبارزه است. پایه و اساس این نوع دینامیک، این را بیان می کند که تحت شرایطی مطمئناً  $\sigma > \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t)$  رخ می دهد. ما به طور تقریبی از توزیع نرمال<sup>۳</sup> استفاده می کنیم، و با نشان دادن اینکه شرایط لیاپانوف<sup>۴</sup> در قضیه حد مرکزی<sup>۵</sup> و شرایط کولموگوروف<sup>۶</sup> در قانون قوی اعداد بزرگ<sup>۷</sup> نیاز ما را برطرف خواهد نمود.

<sup>1</sup> Asymptotically stable equilibria

<sup>2</sup> Exponential convergence

<sup>3</sup> Attack-defense

<sup>4</sup> Normal distribution

<sup>5</sup> Lyapunov condition

<sup>6</sup> Central limit theorem

<sup>7</sup> Kolmogorov condition

<sup>8</sup> Strong law numbers

جایی که  $\deg(v)$  درجه گره  $v \in V(n)$  هست. با توجه به تنظیمات رندم گره‌های امن در لحظه صفر ما تغییر رندم را بدین صورت تعریف میکنیم:

$$\chi_v(S) = \begin{cases} 1 & v \in S \\ 0 & v \notin S \end{cases} \quad (24)$$

از آنجا که

$$\begin{aligned} \phi(n) &= \frac{\sum_{v \in S} \deg(u)}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)} = \frac{\sum_{v \in S} \deg(u) \chi_u(S)}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)} \\ &\approx \frac{\sum_{v \in S} \deg(u) B_u(0)}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)} > \sigma \end{aligned} \quad (25)$$

این مطالب به این امر دلالت می‌کند که اگر  $\frac{|S|}{n} > \alpha_{threshold}$  داریم که  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$  برای هر گره که عضو مجموعه گره‌های شبکه ما باشد، و اگر  $\frac{|S|}{n} < \alpha_{threshold}$  داریم که  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0$  برای هر گره که عضو مجموعه گره‌های شبکه گرافی ما باشد. از آنجایی که:

$$\frac{[\sum_{v \in V(n)} \deg(u)]^2}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)^2} \leq n \quad (26)$$

ما داریم که  $\alpha_{threshold} \leq$  این بدان معنی است که مدافع استراتژیک می‌تواند از دفاع سایبری فعال برای پاک‌سازی کل شبکه استفاده کند به صورت خودکار و زمانی این امر راحت‌تر صورت می‌پذیرد که تعدادی از نقاط در همان ابتدا بیش از مقدار آستانه در اختیار مدافع باشد. مشخصه مای مزیت مهاجم استراتژیک و ارتباط مستقیم آن با درجه گره: وقتی که  $R_v(0) \propto \deg(v)$  و ما داریم  $R_v(0) = C_2 \frac{\deg(v)}{\sum_{v \in V(n)} \deg(u)}$  برای تعدادی از ثابت‌ها  $C_2 > 0$ . بر طبق رابطه زیر ما داریم:

$$\begin{aligned} \theta_{vBR}(t) &= f_{BR} \left( \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} [1 - B_u(t)] \right) \\ &= \begin{cases} 1 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} [1 - B_u(t)] > 1 - \sigma \\ 0 & \frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} [1 - B_u(t)] < 1 - \sigma \\ \frac{1}{2} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

تابع مبارزه در  $1 - \sigma$  به صورت ناپیوسته هست. آستانه اشغال اولین گره بدین شرح است:

$$\begin{aligned} \frac{1 - \sigma \frac{[\sum_{v \in V(n)} \deg(u)]^2}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)^2}}{n} \\ \text{بنابراین آستانه اشغال اولیه گره امن ما بدین شرح است:} \\ \beta_{threshold} = 1 - \frac{1 - \sigma \frac{[\sum_{v \in V(n)} \deg(u)]^2}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)^2}}{n} \end{aligned} \quad (28)$$

اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \phi(n) < \sigma$  تقریباً مطمئن هستیم که  $\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0$  برای همه گره‌های عضو شبکه به این اطمینان می‌رسیم که

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left( \lim_{t \rightarrow \infty} R_v(t) = 1 \right) = 1 \quad (19)$$

با توجه به این شرایط بیان شده در گراف رندم توسعه یافته (به جای شبکه‌های دلخواه) که در دسترس ما است لزوماً متراکم نیستند. برای این مطلب شرط کافی برای این فرض  $V$  هست زیرا  $d_{min} \gg \sqrt{n}$

$$\sum_{v \in V(n)} \frac{1}{d_v^2(n)} \leq \frac{n}{d_{min}^2(n)}$$

شرط لازم برای فرض  $V$  هست  $n \gg \langle d_v^2(n) \rangle$  جایی که

$$\begin{aligned} \langle d_v^2(n) \rangle &= \frac{1}{n} \sum_{v \in V(n)} d_v^2(n) \\ \sum_{v \in V(n)} \frac{1}{d_v^2(n)} &\geq \frac{n}{\frac{1}{n} \sum_{v \in V(n)} d_v^2(n)} = \frac{n}{d_v^2(n)} \end{aligned} \quad (20)$$

این شرایط نشانگر آن نیست که گراف‌ها متراکم هستند. برای مثال دو شرط هست که راضی‌کننده به وسیله  $d_v(n) = o(\sqrt{n} \log(n))$  برای همه گره‌هایی که عضو شبکه ما هست این مطلب را نشان می‌دهد که تراکم<sup>۱</sup> گراف همگرا به صفر است مانند  $n \rightarrow \infty$ . مطالبی که بیان شد مربوط به مدافع استراتژیک با ارتباط مستقیم میان گره‌های امن با یال‌های گراف است. ویژگی مشخصه مزیت مدافع استراتژیک و ارتباط مستقیم آن با درجه گره: از آنجایی که  $B_v(0) \propto \deg(v)$  ما داریم:

$$B_v(0) = C_1 \frac{\deg(v)}{\sum_{v \in V(n)} \deg(u)} \quad (21)$$

برای تعدادی از ثابت‌ها  $C_1 > 0$ . سپس تعداد مورد انتظار گره‌های امن اولیه‌ای است که

$$\sum_{v \in V(n)} B_v(0) = C_1 \frac{\deg(v)}{\sum_{v \in V(n)} \deg(u)} = C_1 \quad (22)$$

با توجه به تعریف داریم:

$$\alpha_{threshold} = \frac{\sigma \frac{[\sum_{v \in V(n)} \deg(u)]^2}{\sum_{v \in V(n)} \deg(v)^2}}{n} \quad (23)$$

<sup>۱</sup> dense

با توجه به جایگذاری انتگرال در معادله ما داریم:

$$\alpha_{threshold} = \frac{\sigma \left[ \sum_{v \in V(n)} \deg(u) \right]^2}{n \sum_{v \in V(n)} \deg(v)^2}$$

$$\alpha_{threshold} = \frac{\sigma \left( \frac{n}{C} \int_{d_{min}(n)}^{d_{max}(n)} k^{1-\gamma} dk \right)^2}{\frac{n}{C} \int_{d_{min}(n)}^{d_{max}(n)} k^{2-\gamma} dk} =$$

$$= \frac{\sigma \left( \frac{n^2 (d_{max}(n)^{2-\gamma} - d_{min}(n)^{2-\gamma}) / (2-\gamma)^2}{(d_{max}(n)^{1-\gamma} - d_{min}(n)^{1-\gamma})^2 / (1-\gamma)^2} \right)}{\left( \frac{n (d_{max}(n)^{3-\gamma} - d_{min}(n)^{3-\gamma}) / (3-\gamma)}{(d_{max}(n)^{1-\gamma} - d_{min}(n)^{1-\gamma}) / (1-\gamma)} \right)}$$

این امر منجر به چهار مورد می‌شود:  $\gamma = 2, \gamma = 3$

برای  $Z = \frac{d_{max}(n)}{d_{min}(n)}$  و قرار می‌دهیم  $\gamma \notin \{1, 2, 3\}, \gamma = 1$

$\gamma \notin \{1, 2, 3\}$  می‌توان نشان داد که:

$$\left( \frac{(d_{max}(n)^{2-\gamma} - d_{min}(n)^{2-\gamma}) / (2-\gamma)^2}{(d_{max}(n)^{1-\gamma} - d_{min}(n)^{1-\gamma})^2 / (1-\gamma)^2} \right) / \left( \frac{(d_{max}(n)^{3-\gamma} - d_{min}(n)^{3-\gamma}) / (3-\gamma)}{(d_{max}(n)^{1-\gamma} - d_{min}(n)^{1-\gamma}) / (1-\gamma)} \right)$$

$$\frac{(Z^{2-\gamma} - 1)^2}{(Z^{1-\gamma} - 1)(Z^{3-\gamma} - 1)} \frac{(3-\gamma)(1-\gamma)}{(2-\gamma)^2}$$

برای  $\gamma = 1, 2, 3$  ما می‌توانیم به روشی مشابه استدلال کنیم:

در نتیجه می‌توانیم تعریف کنیم:

$$h(Z, \gamma) = \begin{cases} \frac{(Z^{2-\gamma} - 1)^2}{(Z^{1-\gamma} - 1)(Z^{3-\gamma} - 1)} \frac{(3-\gamma)(1-\gamma)}{(2-\gamma)^2} & \gamma \neq 1, 2, 3 \\ \frac{Z-1}{Z+1 \ln Z} & \gamma = 1 \\ \frac{Z(\ln Z)^2}{(Z-1)^2} & \gamma = 2 \\ \frac{Z-1}{Z+1 \ln Z} & \gamma = 3 \end{cases} \quad (33)$$

اگر مدافع استراتژیک، دارای شرایط کافی برای

$\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$  هست اگر  $\frac{|S|}{n} > \alpha_{threshold} = \sigma \cdot h(Z, \gamma)$

، اگر مهاجم استراتژیک باشد، شرایط

کافی برای اینکه  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0$  باشد، شرایط

بنابراین ما داریم:  $\frac{|S|}{n} > \beta_{threshold} = 1 - (1 - \sigma) \cdot h(Z, \gamma)$

$$\alpha_{threshold} - \beta_{threshold} = 1 - h(Z, \gamma),$$

$$\frac{\beta_{threshold}}{\alpha_{threshold}} = \frac{1 - (1 - \sigma) \cdot h(Z, \gamma)}{\sigma \cdot h(Z, \gamma)} \quad (34)$$

$$= 1 + \frac{1 - h(Z, \gamma)}{\sigma \cdot h(Z, \gamma)}$$

اگر  $\frac{|S|}{n} > \beta_{threshold}$ ، بنابراین ما داریم  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$

و اگر  $\frac{|S|}{n} < \beta_{threshold}$ ، ما خواهیم داشت  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0$

از آنجایی که  $\beta_{threshold} > \sigma$  ما می‌توانیم نتیجه بگیریم که اگر گره‌های با درجه بالا توسط مهاجم آسیب ببینند، مدافع می‌تواند از دفاع فعال سایبری برای پاک‌سازی شبکه استفاده کند تنها بعد از اینکه مدافع یک نسبت از آستانه شبکه، گره در اختیار داشته باشد.

### ۳-۵-۷- مشخصه مزیت‌های مدافع استراتژیک با گراف ER

برای گراف ER<sup>۱</sup> که دارای یال با احتمال P هست، توزیع درجه

آن به صورت دو جمله‌ای هست:  $B = (n, p)$

$$P(\deg(v) = k) = \binom{n}{p} p^k (n-p)^{n-k}, k = 0, 1, \dots \quad (29)$$

با توجه به مطالب بالا ما نشان می‌دهیم:

$$\alpha_{threshold} = \sigma \frac{P}{P + P(1-P)/n}, \beta_{threshold} = 1 - (1 - \sigma) \frac{P}{P + P(1-P)/n} \quad (30)$$

از آنجایی که  $n \rightarrow \infty$  هر دو آستانه آلفا و بتا همگرا به  $\sigma$  می‌شوند. به طور خاص:

$$\beta_{threshold} - \alpha_{threshold} = 1 - \frac{P}{P + P(1-P)/n}$$

همگرا به صفر می‌شوند. در حالی که

$$\frac{\beta_{threshold}}{\alpha_{threshold}} = 1 + \frac{1-P}{\sigma n} \quad (31)$$

همگرا به یک هست. با توجه به معادلات بالا در شبکه گرافی مذکور منافع امنیتی به دست آمده توسط مدافع (مهاجم) استراتژیک قابل توجه نیست، زیرا درجه‌های گره نسبتاً همگن هستند. می‌توان این مطلب را استنباط نمود در این نوع شبکه برای حذف گره‌های بزرگ، شبکه از خود مقاومت نشان می‌دهد. البته در مدل ما مهاجم قصد دارد گره‌ها را به خطر بیندازد اما هیچ گره‌ای را حذف نمی‌کند.

### ۳-۵-۸- مشخصه مزیت مدافع استراتژیک در power law گراف

در power law گراف با توان گاما داریم:

$$C = \int_{d_{min}(n)}^{d_{max}(n)} k^{-\gamma} dk \quad (32)$$

$$= \frac{d_{max}(n)^{1-\gamma} - d_{min}(n)^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

<sup>۱</sup> Erdos Renyi

اگر  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) > \tau$  برای همه گره‌های عضو شبکه ما به  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$  برای تمامی گره‌های عضو شبکه در طول زمان خواهیم رسید.

اگر  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) < \tau$  برای همه گره‌های عضو شبکه ما به  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0$  برای تمامی گره‌های عضو شبکه در طول زمان خواهیم رسید.

### ۳-۶-۲- شرایط کافی جهت عدم اشغال شبکه توسط مدافع (مهاجم)

در نوع دوم این دینامیک ما دارای یک شبکه خودسرانه با حد آستانه معلوم در گرافی که دارای ساختار خوشه‌ای است هستیم. اگر ما  $B_v(0) = \alpha_k$  برای هر گره عضو  $V_k$  باشد و  $\beta_k$  حداقل گسترش گره‌ها در فرمول  $\beta_k = \inf \frac{|N_v \cap V_k|}{\deg(v)}$  باشند. اگر  $\alpha_k \beta_k > \sigma$  باشد برای همه گره‌های عضو  $V_k$  امنیت برقرار است و اگر  $\sigma > (1 - \alpha_k) \beta_k$  گره‌های عضو  $V_k$  به خطر افتاده‌اند.

### ۳-۶-۳- روش یا الگوریتمی برای رسیدن به معادله تعادل

در این روش ما دارای یک شبکه گرافی خود سرانه هستیم با حد آستانه تعیین شده هستیم. اگر ما معادله تعادل را برابر با:

$$B^* = [B_v^*]_{v \in V} \quad (36)$$

و معادله تعادل گره‌های ناامن را برابر با:

$$\bar{B}^* = [1 - B_v^*]_{v \in V} \quad (37)$$

در این صورت دو حالت پدید می‌آید:

اول اینکه دو حالت در شبکه ظهور پیدا می‌کند یا شبکه در امنیت است و یا در معرض خطر قرار گرفته است. دومین حالت نیز اگر  $B^* = \tau$  برای تمامی گره‌های عضو شبکه، نقاطی که در اختیار مدافع (مهاجم) است به سمت ناپایداری خواهیم رفت.

### ۳-۷- مشخصه‌های نوع سوم و چهارم در دفاع سایبری فعال

عملکرد تابع مبارزه در دینامیک نوع سوم و چهارم بیانگر این مطلب است که مدافع (مهاجم) نسبت به حریف خود برتر یا پیشرفته‌تر است. به دلیل آنکه ما در این دو نوع از دینامیک آستانه‌ای نداریم، توابع قدرت رایانه‌ای<sup>۳</sup>، نتیجه‌ای که به سرعت به دست می‌آید این است که هیچ تفاوتی میان استراتژیک یا غیراستراتژیک نیست.

با توجه به معادلات بالا توان گاما را برابر با ۲ در نظر می‌گیریم. نتایجی که از این شبکه به دست می‌آید بدین شرح است: تعریف مدافع (مهاجم) استراتژیک خیلی مهم است. به عنوان مثال در قانون قدرت شبکه‌ها<sup>۱</sup> به آسانی با پاک شدن گره‌های بزرگ از بین می‌رود، بازهم در مدل ما مهاجم هدفش توافق است تا از بین بردن تعدادی از گره‌ها، علاوه بر این مزیت برای یک مدافع استراتژیک بزرگ شدن زیر کلاس<sup>۲</sup> برای قدرت قانون شبکه‌ها برابر با  $\gamma = 2$  هست.

### ۳-۶-۳- مشخصه نوع دوم دینامیک دفاع سایبری فعال

دینامیک دوم بسیار شبیه به نوع اول است به جز در مواردی که بیان می‌کنیم. در دینامیک نوع یک تابع قدرت مبارزه در نزدیکی آستانه ناپیوسته بوده، در حالی که در دینامیک نوع دوم تابع مبارزه ما در نزدیکی آستانه پیوسته بوده و دیفرانسیل پذیر هست. برای مدافع غیراستراتژیک با گره مستقل ما همان قضایایی را که برای دینامیک نوع اول به دست آوردیم برای همین نوع از دینامیک به آن رسیدیم که از بیان آن می‌گذریم. در دینامیک نوع دوم ما شرایط کلی را بیان می‌کنیم:

نوع دوم دینامیک دارای حد آستانه معلوم در سیستم زیر در شبکه خودسرانه گرافی هست.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} B_v(t) &= \theta_{vRB}(t) (1 - B_v(t)) \\ &\quad - \theta_{vBR}(t) \cdot B_v(t) \\ &= \theta_{vBR}(t) - B_v(t) \end{aligned} \quad (38)$$

اگر  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) > \tau$  برای همه گره‌های عضو شبکه داریم  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) > \tau$  که برای تمام گره‌های عضو شبکه صادق است و احتمال امن بودن برای گره‌های کوچک در شبکه در طول زمان به صورت یکنواختی افزایش را نشان می‌دهد.

اگر  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(0) < \tau$  برای همه گره‌های عضو شبکه داریم  $\frac{1}{\deg(v)} \sum_{u \in N_v} B_u(t) < \tau$  که برای تمام گره‌های عضو شبکه برقرار است و احتمال امن بودن گره‌های بزرگ در شبکه در طول زمان به صورت یکنواختی کاهش را نشان می‌دهد.

### ۳-۶-۱- شرایط کافی جهت اشغال شبکه توسط مدافع (مهاجم)

در نوع دوم این دینامیک شبکه خودسرانه ما دارای حد آستانه معین در گراف مورد نظر شکل گرفته است.

<sup>3</sup> Computer-Power Function

<sup>1</sup> Power- Law Networks

<sup>2</sup> Subclass

## ۸-۳- ویژگی دینامیک نوع سوم

این دینامیک شامل یک شبکه خودسرانه در گراف تعیین شده هست. با توجه به این مدل سه حالت پدید می آید.

حالت اول اگر احتمال نقاط امنی که در اختیار مدافعین هست در لحظه صفر، از صفر بیشتر باشد برای همه گره‌های موجود در شبکه ما برای تمامی لحظات پیش رو شاهد امنیت شبکه خواهیم بود برای تمامی گره‌هایی که زیرمجموعه رئوس موجود در سیستم می‌باشند.

$$B_v(0) > 0 \rightarrow v \in V \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1 \text{ for all } v \in V \quad (38)$$

حالت دوم زمانی که  $B_v(0) = [1, \dots, 1]$ ، تعادل پایدار مجانبی به صورت نمایی همگرا می‌شود. حالت سوم زمانی که  $B_v(0) = [0, \dots, 0]$ ، ما شاهد ناپایداری هستیم.

## ۹-۳- ویژگی دینامیک نوع چهارم

ما در این نوع دینامیک دارای شبکه خودسرانه در گراف موردنظر هستیم. سه حالت پیش روی ما هست:

حالت اول اگر احتمال نقاط امنی که در اختیار مدافعین هست در لحظه صفر از صفر کمتر باشد برای همه گره‌های موجود در شبکه ما برای تمامی لحظات پیش رو شاهد ناامنی شبکه خواهیم بود برای تمامی گره‌هایی که زیرمجموعه رئوس موجود در سیستم می‌باشند.

$$B_v(0) < 0 \rightarrow v \in V \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 0 \text{ for all } v \in V \quad (39)$$

حالت دوم زمانی که  $B_v(0) = [0, \dots, 0]$ ، تعادل پایدار مجانبی به صورت نمایی همگرا می‌شود. حالت سوم زمانی که  $B_v(0) = [1, \dots, 1]$ ، ما شاهد ناپایداری هستیم.

به‌طور کلی می‌توان چنین استنباط نمود که اگر مدافع از لحاظ قدرت رزمی سایبری نسبت به مهاجم برتری داشته باشد، مدافع همیشه می‌تواند از دفاع فعال برای پاک کردن خودکار شبکه تا زمانی که چند رایانه وجود دارند که به خطر نیفتاده است، استفاده کند. در موردی که در آن مهاجم کل شبکه را به خطر انداخته است، مدافع باید قبل از شروع دفاع فعال، تنها چند کامپیوتر را به صورت دستی تمیز کند تا کل شبکه خود به‌طور خودکار پاک شود. این نشان می‌دهد که برتری رزمی سایبری می‌تواند به‌عنوان عامل بازدارندگی مؤثر عمل کند.

## ۱۰-۳- مقایسه برتری دفاع سایبری فعال نسبت به

## دفاع واکنشی

دفاع سایبری فعال که در حال حاضر مورد استفاده قرار می‌گیرد، به‌موجب آن مدافع به اجرای نرم‌افزار آنتی‌ویروس می‌پردازد که بر روی هر کامپیوتر برای اسکن و درمان آسیب‌پذیری وجود دارد، که به‌وسیله آن مدافع از نفوذ مهاجم یا بدافزار به محیط خود جلوگیری به عمل می‌آورد مانند فایروال‌ها که بدین گونه عمل می‌کنند. دفاع سایبری واکنشی به‌ناچار سبب عدم تقارن شده که موجب منفعت بردن مهاجم می‌شود چراکه مهاجم به‌صورت خودکار فعالیت‌های خود را توسط شبکه تقویت می‌کند. به‌طور خاص دفاع واکنشی شاید شبیه به مدل  $SIS^1$  باشد این مدل بدین صورت است که خودش را سازگار می‌کند با ساختار شبکه خودسرانه مهاجم-مدافع<sup>۲</sup> که شرط کافی برای از بین رفتن آسیب‌پذیری همه‌گیر است [۱۶].

$$\lambda_{1,A} < \frac{\text{cure capability}}{\text{spreading capability}} \quad (40)$$

از آنجایی که  $\lambda_{1,A}$  بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس مجاورت<sup>۴</sup> مربوط به ساختار دفاع-حمله است و این مفهوم به دست می‌آید که میانگین درجه گره یا اتصال، خلاصه توان درمان مدافع واکنشی، قدرت دفاع آن است (احتمال آسیب دیدن یک گره می‌شود حساسیت یک گره در یک‌زمان واحد)، و گسترش توانایی خلاصه‌ای از قدرت حمله مهاجم است (برای مثال آسیب دیدن یک گره به‌صورت موفقیت‌آمیز باید حمله به یک گره که دارای همسایگی مستعد و در یک مرحله زمانی هست انجام گیرد)، این بدان معنی است که مهاجم همیشه از اتصال بارزش بهره می‌برد، زیرا اثر مهاجم تقویت می‌شود با  $\lambda_{1,A}$ ، که توضیح می‌دهد چرا پدیده عدم تقارن برای مهاجم سودمند است [۴۳، ۴۴، ۴۵]. از سویی در مدل دینامیکی که الگوروش برای مدافع (مهاجم) غیراستراتژیک را جهت رسیدن به معادله تعادل را که بیان نمودیم، نشان می‌دهد که پدیده عدم توازن<sup>۵</sup> با دفاع سایبری فعال از بین می‌رود زیرا  $\lambda_{1,A}$  و مانند آن نقشی در نتایج تحلیلی ندارد. این بررسی‌ها ما را به‌طور خلاصه بدین نتیجه می‌رساند که دفاع فعال سایبری پدیده تقویت شدن حمله را از بین می‌برد، برای مثال عدم تقارن بین مهاجمین سایبری و مدافعین واکنشی سایبری را بیان نمود.

<sup>1</sup> Susceptible-infectious- susceptible

<sup>2</sup> Attack-defense

<sup>3</sup> Largest eigenvalue

<sup>4</sup> Adjacency matrix

<sup>5</sup> asymmetry

باعث شود همه گره‌ها در ۵۰ اجرا به خطر بیفتند. ما حد آستانه مدل مارکوف را بدین صورت بیان می‌کنیم و از دو نوع گراف ER و power law در شبیه‌سازی استفاده می‌کنیم.

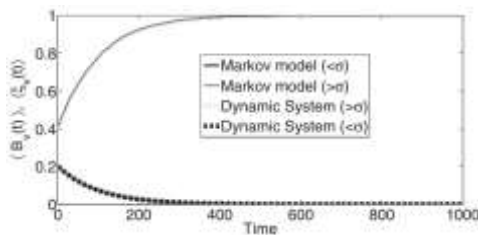
$$\sigma_{markov} = \frac{1}{2}(a_1 + b_1) \quad (43)$$

ER: دارای ۲۰۰۰ گره و با احتمال پیوند مستقل  $0.02$

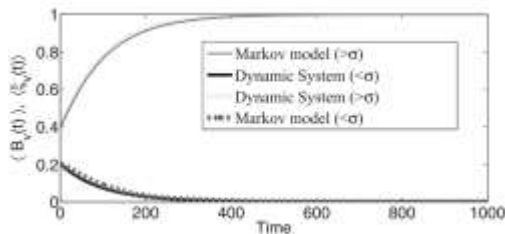
Power law: دارای ۲۰۰۰ گره و توان نمایی  $\gamma = 2.5$  و حداقل درجه ۲ و حداکثر درجه ۱۲۰.

### ۱۲-۳- دقت کلی مدل سیستم دینامیکی

ما در دینامیک نوع اول با مدافع غیراستراتژیک با گره‌های مستقل همسان که در ابتدا با احتمال  $B_v(0)$  اشغال شده است. به‌طور مشخص مدل سیستم دینامیکی ما که  $B_v(t)$  متناظر است با  $B_v(0) = 0.4 > \sigma = 1/3$  همه همگرا به ۱ هستند. و  $B_v(0)$  متناظر است با  $0.4 < \sigma = 1/3$  همگرا به صفر هستند.



شکل (۴): شبکه گرافی ER



شکل (۵): شبکه گرافی power law

در مدل مارکوف  $\xi_v(t)$  متناظر است با  $P\{\xi_v(0) = 1\} = 0.4$  همه همگرا به ۱ هستند و  $\xi_v(t)$  متناظر است با  $P\{\xi_v(0) = 1\} = 0.2$  همه همگرا به صفر هستند. بنابراین، تعریف دینامیک به ما نشان داده می‌شود به‌وسیله شرایط کافی برای تصرف کردن شبکه توسط مدافعین (مهاجمین)، و نیز توسط مدل فرآیند مارکوف به نمایش گذاشته می‌شود. با نگاهی به دینامیک نوع اول و مدافع استراتژیک احتمال نقاط امن در لحظه صفر با یال گره‌ها ارتباط مستقیم دارد و بدین صورت تعریف می‌شود:

$$\eta = \frac{\sum_{u \in S} \deg(u)}{\sum_{v \in V} \deg(v)} \quad (44)$$

### ۱۱-۳- اعتبار سنجی مدل سیستم دینامیکی با شبیه‌سازی

ویژگی‌های بالا پویایی دفاع سایبری فعال مبتنی بر مدل سیستم دینامیکی را نشان داد، که تقریب میدان متوسط مدل فرآیند مارکوف است. بنابراین، ما باید نشان دهیم که آیا نتایج تحلیلی به‌دست‌آمده از مدل سیستم دینامیکی، در ذات خود مدل فرآیند مارکوف را دارا هست.

### ۱۱-۳-۱- اعتبارسنجی مدل

ما در اعتبار سنجی تمرکز خود را بر روی دقت سیستم دینامیکی گذاشته‌ایم. برای بررسی دقت دینامیک، ما به مقایسه میانگین احتمال امنیت گره‌های اشغال شده در مدل سیستم دینامیکی می‌پردازیم. برای مثال  $B_v(t) = \frac{1}{|V|} \sum_{v \in V} B_v(t)$  و شبیه‌سازی می‌کند بر اساس میانگین توابع امنیت گره‌های مدل مارکوف، برای مثال  $\xi_v(t) = \frac{1}{|V|} \sum_{v \in V} \xi_v(t)$ . اگر  $\xi_v(t)$  و  $B_v(t)$  یک چیز مشابه ارائه دهند، اگر دقیقاً یکسان نباشد در رفتار دینامیکی ما نتیجه می‌گیریم که نتایج تحلیلی حاصل از مدل سیستم دینامیکی برای مدل فرآیند مارکوف در آن مشهود است.

شبیه‌سازی مدل مارکوف بر اساس احتمال شرطی:

$$P(\xi_v(t + \Delta t) = 1 | \xi_v(t), v \in N) = \begin{cases} \Delta t \cdot \bar{\theta}_{v, RB}(t) & \xi_v(t) = 0 \\ 1 - \Delta t \cdot \bar{\theta}_{v, BR}(t) & \xi_v(t) = 1 \end{cases} \quad (41)$$

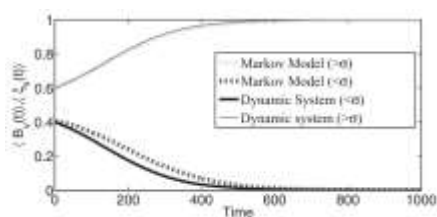
جایی که نرخ رندم  $\bar{\theta}_{v, RB}(t)$  جایگزین می‌شود با  $\theta_{v, RB}(t)$  نتایج شبیه‌سازی بعد از ۵۰ بار اجرا به دست می‌آید.

محاسبات عددی ما در مدل سیستم دینامیکی مبتنی بر معادله کلی دینامیکی بدین شرح است:

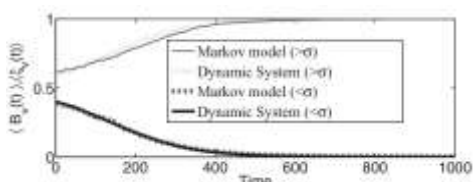
$$B_v(t + \Delta t) = B_v(t) + [\theta_{v, RB}(t) - B_v(t)] \Delta t \quad (42)$$

که ما  $\Delta t = 0.01$  را قرار داده‌ایم.

برای امتحان دقت آستانه، ما بررسی می‌کنیم که آستانه در مدل سیستم دینامیکی آیا در مدل سیستم دینامیکی مارکوف صحت لازم برقرار است؟ به‌منظور محاسبه حد آستانه مدل مارکوف، ما از روش عددی زیر استفاده می‌کنیم. از آنجایی که همگرایی  $\xi_v(t)$  در یک فاصله زمانی بسیار کوچک است که شامل حد آستانه می‌شود، ما تعریف می‌کنیم حد آستانه مدل مارکوف را به‌عنوان مقدار متوسط در آن بازه که به‌طور مشخص  $a_1$  را کمترین مقدار قرار می‌دهیم به‌گونه‌ای که اشغال اولیه بزرگ‌تر از  $a_1$  باعث شود که همه گره‌ها در ۵۰ اجرا امن شوند. و  $b_1$  را به‌عنوان بزرگ‌ترین مقدار به‌طوری که اشغال اولیه کوچک‌تر از  $b_1$

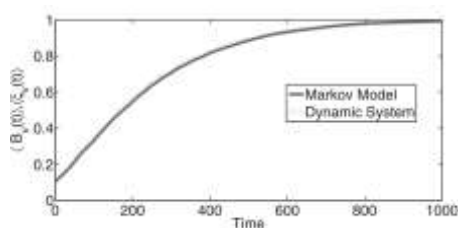


شکل (۸): شبکه گرافی ER

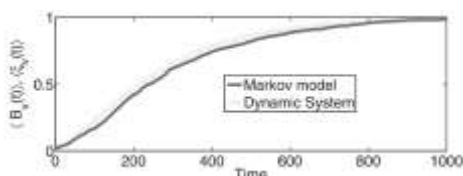


شکل (۹): شبکه گرافی power law

برای نوع سوم تابع مبارزه با  $f_{RB}(x) = 2x^{1/2}$  شکل (۱۰ و ۱۱) نشان می‌دهد که  $B_v(t)$  متناظر است با همین پدیده در مدل فرآیند به نمایش گذاشته شده است. ویژگی دینامیک نوع سوم این قضیه را تأیید می‌کند.

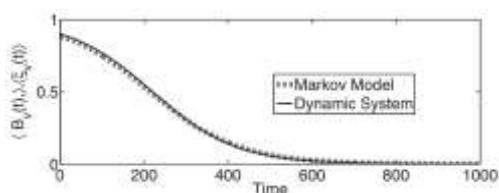


شکل (۱۰): شبکه گرافی ER



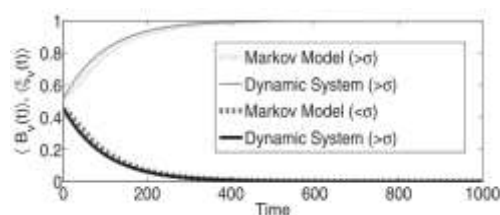
شکل (۱۱): شبکه گرافی power law

برای نوع چهارم تابع مبارزه با  $f_{RB}(x) = x^2$  شکل ۱۲ و ۱۳ اثبات می‌کند که  $B_v(t)$  متناظر است با  $B_v(0) = 0.98$  همگرا به صفر است. همین پدیده مدل مارکوف را نشان می‌دهد. برای شبکه power law و مدافع استراتژیک، احتمال گره‌های امن در لحظه صفر ارتباط مستقیمی با یال گره دارد.



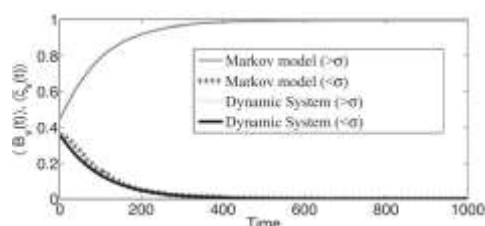
شکل (۱۲): شبکه گرافی ER

جایی که  $S$  تنظیم شده برای گره امن در زمان  $t = 0$ . نابرابری که در شرایط نتایج دفاع فعال سایبری با مدافع استراتژیک بیان شد نشان می‌دهد که اگر  $\eta > \sigma$ ، پس همه گره‌ها امن می‌شود، در حالی که اگر  $\eta < \sigma$ ، همه گره‌ها نامن می‌شود. در شبیه‌سازی ما  $\sigma = 0.5$  تنظیم کرده‌ایم. شکل زیر نشان می‌دهد که در گراف ER، هر دو مدل سیستم دینامیکی  $B_v(t)$  و  $\xi_v(t)$  همگرا به ۱ هستند وقتی که  $\eta = 0.52 > 0.5$  و زمانی همگرا به صفر می‌شود که  $\sigma = 0.5 > \eta = 0.45$ .



شکل (۶): شبکه گرافی ER

شکل ۷ این مطلب را نشان می‌دهد که در شبکه power law هر دو سیستم دینامیکی  $B_v(t)$  و  $\xi_v(t)$  همگرا به ۱ هستند، وقتی که  $\sigma = 0.5 > \eta = 0.45$  و همگرا به صفر هستند زمانی که  $\eta = 0.35 < \sigma = 0.5$  (خیلی کوچک تر از  $\sigma = 0.5$ ) باشد. این پدیده به وسیله شرایط نتایج دفاع سایبری فعال با مدافع استراتژیک نشان داده شده است. برای مثال اثر مدافع استراتژیک در گراف ER مهم نیست ولی اثر مدافع استراتژیک در power law مهم است. در هر صورت نتایج شبیه‌سازی پدیده‌ای که توسط مدل سیستم دینامیکی ما نشان داده شده است در ذات خود مدل مارکوف را دارا است.

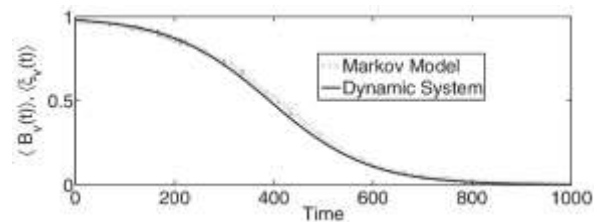


شکل (۷): شبکه گرافی power law

دینامیک نوع دوم تابع مبارزه با  $f_{RB}(x) = 2x^2$ ،  $\tau = 0.5$  برای  $x \in [0.5, 1]$  و  $x \in [0, 0.5]$  برای  $f_{RB}(x) = -2x^2 + 4x - 1$  نشان می‌دهد که برای مدل سیستم دینامیکی، شکل (۸ و ۹) نشان می‌دهد که  $B_v(0) = 0.4 < \tau = 0.5$  دلالت دارد به اینکه همه گره‌ها به خطر افتاده اند و  $B_v(0) = 0.6 > \tau = 0.5$  اشاره دارد به اینکه همه گره‌ها امن خواهند شد.

## ۵- مراجع

- [1] K. M. Aghaei, S. Farshchi, en H. Shirazi, "A new architecture for impact projection of cyber-attacks based on high level information fusion in cyber command and control", 2015.
- [2] D. Aitel, "Nematodes--beneficial worms", Black Hat Federal, vol 33, bll 39-44, 2006. [3] N. Weaver and D. Ellis, "White worms don't work," ;login: The USENIX Magazine, vol. 31, no. 6, pp. 33-38, 2006.
- [3] Q. Zhang, C. Zhou, N. Xiong, Y. Qin, X. Li, en S. Huang, "Multimodel-based incident prediction and risk assessment in dynamic cybersecurity protection for industrial control systems", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol 46, no 10, bll 1429-1444, 2015.
- [4] J. Aycock en A. Maurushat, "'Good' worms and human rights", Acm Sigcas Computers and Society, vol 38, no 1, bll 28-39, 2008. [5] H. Lin, "Lifting the veil on cyber offense," IEEE Security & Privacy, vol. 7, no. 4, pp. 15-21, 2009.
- [5] S. Xu, "Emergent behavior in cybersecurity", in Proceedings of the 2014 Symposium and Bootcamp on the Science of Security, 2014, bll 1-2.
- [6] W. Matthews, "Us said to need stronger, active cyber defenses". 2010.
- [7] J. P. Kesan en C. M. Hayes, "Mitigative counterstriking: Self-defense and deterrence in cyberspace", Harv. JL & Tech., vol 25, bl 429, 2011.
- [8] H. S. N. Wire, "Active cyber-defense strategy best deterrent against cyber-attacks". 2011.
- [9] W. Lu, S. Xu, en X. Yi, "Optimizing active cyber defense", in International Conference on Decision and Game Theory for Security, 2013, bll 206-225.
- [10] L. Shaughnessy, "The internet: Frontline of the next war". 2011.
- [11] J. Wolf, "Update 2-us says will boost its cyber arsenal". 2011.
- [12] R. Albert, H. Jeong, en A.-L. Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks", nature, vol 406, no 6794, bll 378-382, 2000.
- [13] Y. Wang, D. Chakrabarti, C. Wang, en C. Faloutsos, "Epidemic spreading in real networks: An eigenvalue viewpoint", in 22nd International Symposium on Reliable Distributed Systems, 2003. Proceedings., 2003, bll 25-34.
- [14] A. Ganesh, L. Massoulié, en D. Towsley, "The effect of network topology on the spread of epidemics", in Proceedings IEEE 24th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies., 2005, vol 2, bll 1455-1466.
- [15] N. Berger, C. Borgs, J. T. Chayes, en A. Saberi, "On the spread of viruses on the internet", 2005.
- [16] D. Chakrabarti, Y. Wang, C. Wang, J. Leskovec, en C. Faloutsos, "Epidemic thresholds in real networks", ACM Transactions on Information and System Security (TISSEC), vol 10, no 4, bll 1-26, 2008.



شکل (۱۳): شبکه گرافی power law

ما شرط کافی را با  $\frac{|S|}{n} > \sigma \cdot h(Z, \gamma)$  برای  $\lim_{t \rightarrow \infty} B_v(t) = 1$  به دست آوردیم. بدین معنی که مدافع برای آنکه از دفاع فعال سایبری استفاده کند تا شبکه به صورت خودکار پاک سازی شود، نیاز به اشغال تعداد بیشتری از قسمت های گره  $\sigma \cdot h(Z, \gamma)$  دارد، وقتی که  $h(Z, \gamma)$  حداقل هست.

با توجه به اشکال شماره (۴) تا (۱۳)، که نتایج شبیه سازی تعامل میان مدافعین و مهاجمین را نشان می دهد این نتیجه حاصل می گردد که، دفاع سایبری فعال تقویت شده و حملات تحت اثر شبکه که مهاجمین از این نقطه ضعف بهره می برده اند و حاصل عدم توازن با مدافعین بود را خنثی نموده است. برای اثبات صحت عملکرد مدل توابع نیز باید نشان دهیم که عملکرد توابع پیشنهادی همانند مدل مارکوف بوده که به وضوح در اشکال مورد اشاره با یکدیگر هم پوشانی دارند.

## ۴- نتیجه گیری

در این تحقیق طرحی ارائه شد که عدم توازن میان مدافعین و مهاجمین را از بین برد، و به نقاط ضعف مدافعین پرداخته شد. در دفاع سنتی یا واکنش محور، به اجرای آنتی-ویروس و ابزارهای گوناگون بسنده می کردیم که این کار سبب نفوذ مهاجم یا بدافزار در محیط مدافع شده، که این عدم توازن سبب عملکرد منفعلانه مدافعین شده و اثرات مهاجم توسط شبکه به صورت خودکار تقویت شده که به یک نوع تأثیر شبکه معروف است. در تئوری بیان شده ما تعامل بین مدافعین و مهاجمین را هدف قرار داده و با توجه به استراتژیک بودن طرف مقابل در دینامیک های مختلف که در بستر شبکه های مختلف شبیه سازی می شود. این نکته بسیار مهم است که در هر شبکه باید چگونه و در چه زمانی عمل نماییم تا بتوانیم از دفاع سایبری فعال استفاده کنیم. با توجه به فرضیات مسئله مهاجم قصد حذف گره را نخواهد داشت، بنابراین باید ساختار شبکه طوری طراحی شود تا مهاجم هزینه زیادی را برای اقدامات خود بپردازد این همان بازدارندگی دفاع سایبری فعال است.



Series A, Containing papers of a mathematical and physical character, vol 115, no 772, bll 700–721, 1927.

[28] H. W. Hethcote, "The mathematics of infectious diseases", SIAM review, vol 42, no 4, bll 599–653, 2000.

[29] R. Durrett, Random graph dynamics, vol 200. Cambridge university press Cambridge, 2007.

[30] N. Masuda, N. Gibert, en S. Redner, "Heterogeneous voter models", Physical Review E, vol 82, no 1, bl 010103, 2010.

[31] E. Pugliese en C. Castellano, "Heterogeneous pair approximation for voter models on networks", EPL (Europhysics Letters), vol 88, no 5, bl 58004, 2009.

[32] V. Sood, T. Antal, en S. Redner, "Voter models on heterogeneous networks", Physical Review E, vol 77, no 4, bl 041121, 2008.

[33] F. Schweitzer en L. Behera, "Nonlinear voter models: the transition from invasion to coexistence", The European Physical Journal B, vol 67, no 3, bll 301–318, 2009.

[34] M. Vojnovic en A. J. Ganesh, "On the race of worms, alerts, and patches", IEEE/ACM Transactions on Networking, vol 16, no 5, bll 1066–1079, 2008.

[35] P. A. P. Moran en Others, "The statistical processes of evolutionary theory", The statistical processes of evolutionary theory., 1962.

[36] M. A. Nowak, Evolutionary dynamics: exploring the equations of life. Harvard university press, 2006.

[37] R. Pastor-Satorras en A. Vespignani, "Epidemic spreading in scale-free networks", Physical review letters, vol 86, no 14, bl 3200, 2001.

[38] T. M. Liggett, Stochastic interacting systems: contact, voter and exclusion processes, vol 324. springer science & Business Media, 2013.

[39] A.-L. Barabási en R. Albert, "Emergence of scaling in random networks", science, vol 286, no 5439, bll 509–512, 1999.

[40] F. Chung, F. R. K. Chung, F. C. Graham, L. Lu, K. F. Chung, en Others, Complex graphs and networks. American Mathematical Soc., 2006.

[17] P. Van Mieghem, J. Omic, en R. Kooij, "Virus spread in networks", IEEE/ACM Transactions On Networking, vol 17, no 1, bll 1–14, 2008.

[18] S. Chatterjee en R. Durrett, "Contact processes on random graphs with power law degree distributions have critical value 0", The Annals of Probability, vol 37, no 6, bll 2332–2356, 2009.

[19] F. Ball, D. Sirl, en P. Trapman, "Threshold behaviour and final outcome of an epidemic on a random network with household structure", Advances in Applied Probability, vol 41, no 3, bll 765–796, 2009.

[20] F. Ball, D. Sirl, en P. Trapman, "Analysis of a stochastic SIR epidemic on a random network incorporating household structure", Mathematical Biosciences, vol 224, no 2, bll 53–73, 2010.

[21] D. Fava, "Characterization of cyber attacks through variable length markov models", 2007.

[22] T. Mountford, J.-C. Mourrat, D. Valesin, en Q. Yao, "Exponential extinction time of the contact process on finite graphs", Stochastic Processes and their Applications, vol 126, no 7, bll 1974–2013, 2016.

[23] T. Mountford, D. Valesin, en Q. Yao, "Metastable densities for the contact process on power law random graphs", Electronic Journal of Probability, vol 18, bll 1–36, 2013.

[24] J. O. Kephart en S. R. White, "Directed-graph epidemiological models of computer viruses", in Computation: the micro and the macro view, World Scientific, 1992, bll 71–102.

[25] J. O. Kephart en S. R. White, "Measuring and modeling computer virus prevalence", in Proceedings 1993 IEEE Computer Society Symposium on Research in Security and Privacy, 1993, bll 2–15.

[26] A. G. M'Kendrick, "Applications of mathematics to medical problems", Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, vol 44, bll 98–130, 1925.

[27] W. O. Kermack en A. G. McKendrick, "A contribution to the mathematical theory of epidemics", Proceedings of the royal society of london.